

Entre autres découvertes, Lee Sallows a ainsi montré qu'il existe 7 ensembles autopavables réguliers, composés chacun de 4 octominos (voir l'encadré page 80, en bas). Les cinq ensembles dessinés en étoiles ont l'extraordinaire propriété que chacun peut paver non seulement ses propres octominos, mais aussi tous les octominos des autres. Une flèche liant deux quadruplets d'octominos A et B signifie que les octominos de A pavent, en les utilisant chacun une fois exactement, les octominos de B.

La complexité combinatoire du problème ne doit pas être sous-estimée : il est vraiment difficile pour un ordinateur d'explorer toutes les combinaisons possibles, même dans le cas des quadruplets d'octominos, et il semblait quasiment impossible d'envisager des ensembles autopavables comportant 9 polyominos. C'était sans compter sur la détermination et le subtil esprit géométrique de Lee Sallows. Menant un raisonnement que nous allons détailler, il a réussi à concevoir une puissante et astucieuse méthode de création d'ensembles autopavables qui a produit de nombreuses configurations hors de portée de l'ordinateur.

Une simple astuce ?

La méthode est fondée sur les formes autopavables simples, les *rep-tiles* dont parlait l'article de Martin Gardner de 1963. Pour qui ouvre les yeux, ces formes recèlent les composants des nouvelles constructions.

— On part donc d'une figure unique autopavable. Prenons l'exemple du sphinx montré dans l'encadré page 77.

— On regroupe dans le découpage les petites formes de sphinx deux par deux, ce qui donne trois schémas différents et six formes nouvelles A, B, C, D, E et F, dont deux ne sont pas d'un seul tenant, D et F (voir l'encadré page 82, en haut).

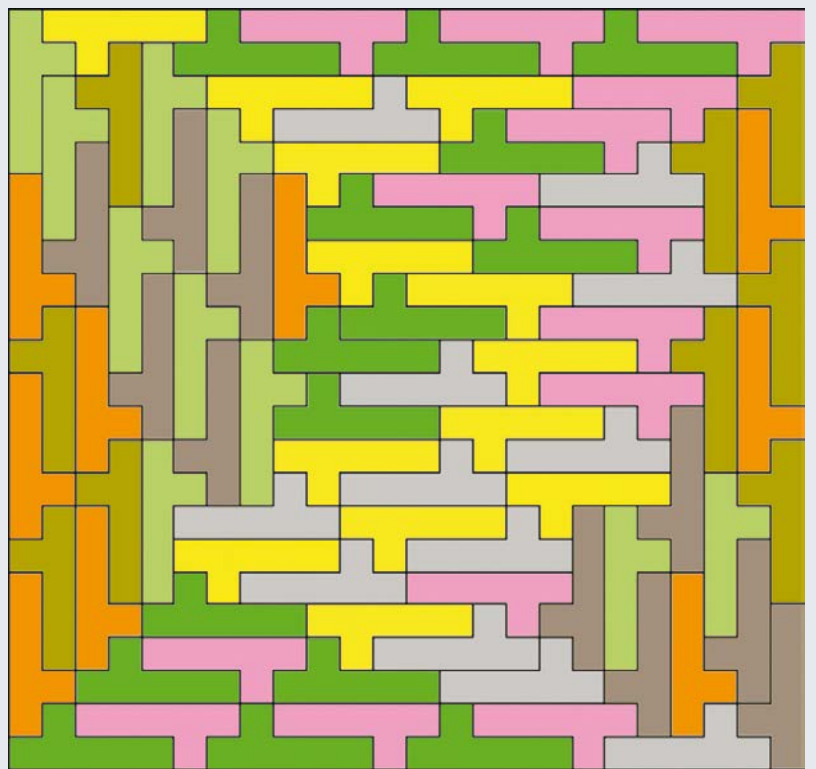
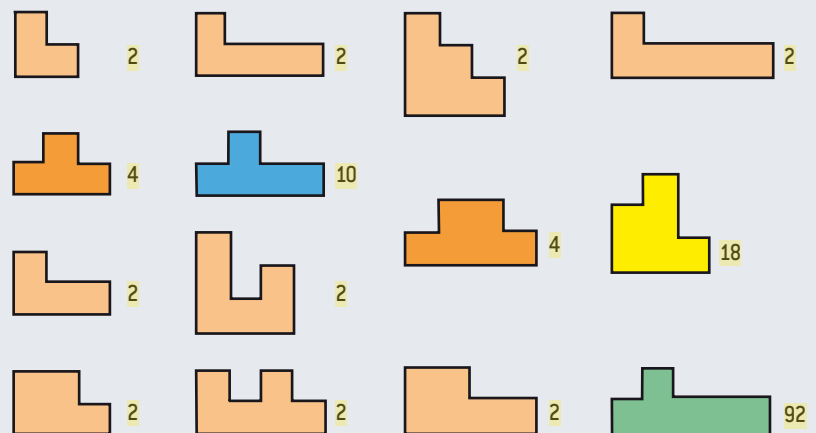
— Par construction, en ne considérant que les pièces A, B, C et D, on peut paver deux grands sphinx. Mais ces deux grands sphinx, une fois correctement repositionnés, sont exactement ce qu'il faut pour reconstituer A, B, C et D en grand puisque, justement, A, B, C et D sont chacun la réunion de deux

De petits puzzles

A côté de chaque polyomino (non rectangulaire) comportant 3, 4, 5 ou 6 carrés de base et pouvant paver un rectangle, on a indiqué combien d'exemplaires au minimum il fallait pour obtenir un rectangle. C'est un jeu pour vous

de trouver l'assemblage solution. Pour le dernier polyomino, la difficile construction est dessinée. Si vous ne trouvez pas les solutions, voir :

<http://www2.stetson.edu/~efriedma/order/>



L'AUTEUR



J.-P. DELAHAYE
est professeur
émérite
à l'université
de Lille
et chercheur

au Centre de recherche
en informatique, signal et
automatique de Lille (CRISTAL).

BIBLIOGRAPHIE

T. Tao, The Erdős discrepancy
problem, 2015 : [http://arxiv.org/
pdf/1509.05363.pdf](http://arxiv.org/pdf/1509.05363.pdf)

L. Sallows, More on self-tiling tile
sets, *Mathematics Magazine*,
vol. 87(2), pp. 100-112, 2014.

J.-P. Delahaye, Les carrés
magiques géométriques,
Pour la Science, n° 428, juin 2013.

L. Sallows, On self-tiling tile
sets, *Mathematics Magazine*,
vol. 85(5), pp. 323-333, 2012.

S. W. Golomb, Polyominoes :
Puzzles, Patterns, Problems and
Packings, Princeton University
Press (2e édition), 1996.

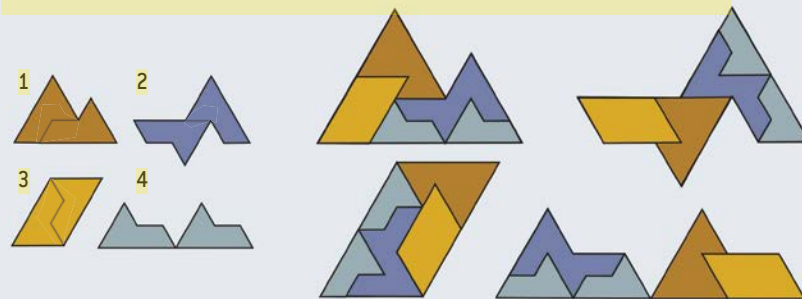
M. Gardner, Mathematical magic
show : More puzzles, games,
diversions, illusions & other
mathematical sleight-of-mind
from Scientific American,
Random House Inc., 1977.



Retrouvez la rubrique
Logique & calcul sur
www.pourlascience.fr

Un ensemble autopavable

En prenant un exemplaire de chaque forme d'un ensemble autopavable E (ici à 4 formes), on reconstitue en plus grand chacune des formes de E (la forme 4 est en 2 morceaux se touchant juste par un point, ce que l'on autorise).



Sept ensembles autopavables de 4 octominos

En menant une recherche exhaustive par ordinateur, Lee Sallows a trouvé qu'il existait exactement 7 ensembles autopavables réguliers (sans répétition) de 4 octominos, un rouge, un bleu et 5 qui forment une étoile remarquable car chacun est composé d'octominos qui pavent exactement les octominos des autres.

