

IDÉES DE PHYSIQUE

Le point de rupture des spaghettis

*Tiges, poutres, tours de cheminées d'usines, spaghettis...
Quand la dynamique s'en mêle, ces divers objets peuvent se casser
de façons assez différentes.*

Jean-Michel COURTY et Édouard KIERLIK

Un bâton plié lentement se rompt en deux en son milieu, mais un spaghetti se casse en trois morceaux ou plus. Imaginez maintenant une tour de cheminée d'usine ou une tour en Lego assez haute qui bascule : abandonnée à elle-même dans sa chute, la tour se brisera au tiers environ de sa hauteur. Pourquoi de telles différences ?

Saisissons une barre ou une tige assez rigide : si elle apparaît bien droite quelle que soit son orientation, c'est que son propre poids n'est pas suffisant pour la déformer. On pourra donc négliger ce poids dans la suite. Maintenant, essayons de la plier sur notre cuisse en la plaçant dessus de façon symétrique et en appuyant lentement avec nos mains sur ses extrémités, vers le bas. La barre ploie, se courbe et éventuellement se brise en deux morceaux, bien souvent en son milieu.

Casser en extension ou en compression

Pourquoi au milieu ? Pour des raisons géométriques, il est clair qu'avant la rupture, la partie supérieure de la barre courbée est en extension, tandis que sa partie inférieure est en compression (voir la figure ci-contre). Au sein de l'objet apparaissent donc des contraintes, qui atteignent leur maximum en surface. Au niveau de chaque section de la barre, ces forces de compression et de tension s'annulent. Mais elles créent un couple, le « moment fléchissant », intimement lié à la courbure locale de la barre.

Comment varie ce couple le long de la barre ? Pour le comprendre, il faut faire un bilan de forces. Isolons par la pensée un tronçon de longueur x à partir de son extrémité gauche (voir le schéma ci-dessous) et considérons d'abord la force exercée sur ce tronçon par la main, vers le bas. Le tronçon étant à l'équilibre, la partie restante de la barre doit exercer sur le tronçon une force opposée, vers le haut. Celle-ci ne dépend pas de la longueur x du tronçon, mais on voit alors que le couple formé par les deux forces a un moment proportionnel à x (la distance entre les points d'application de ces forces).

Or ce couple de cisaillement doit être compensé par un couple opposé, le moment fléchissant, exercé sur l'extrémité droite du tronçon par la partie restante de la barre.

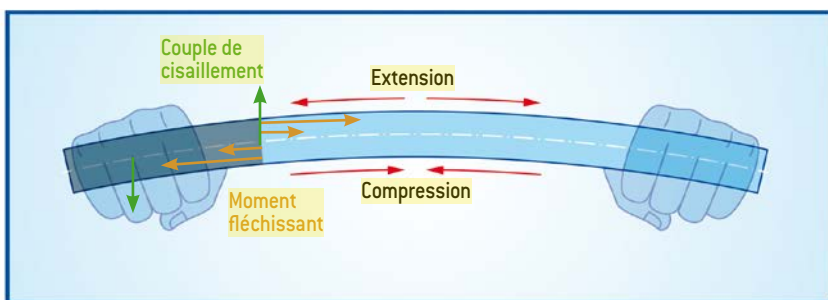
On en déduit que le moment fléchissant croît linéairement depuis l'extrémité, jusqu'au point milieu de la barre.

Ce bilan conduit à deux conclusions. La première, c'est que plus une barre est longue, plus elle se courbe, à force appliquée constante. La seconde est que, comme le moment fléchissant est maximal à mi-longueur de la barre, les forces d'étirement-compression sont également maximales à cet endroit (et elles sont très supérieures aux forces de cisaillement, d'un facteur à peu près égal au rapport de la longueur de la barre sur son épaisseur). C'est donc à mi-longueur que le risque de rupture est le plus important.

Ce risque de rupture est intimement lié à la résistance du matériau à la traction ou



QUAND ON COURBE UNE TIGE ou une barre en la tenant par ses extrémités, les contraintes sont maximales à mi-longueur et en surface. Selon la nature du matériau, la rupture aura lieu du côté de l'étirement ou du côté de la compression. Le schéma montre aussi le couple de cisaillement et le moment fléchissant qui s'exercent sur un tronçon de la tige.



UNE TOUR HAUTE ET ÉTROITE composée d'éléments dont la cohésion n'est pas trop forte se brise quand elle bascule. Curieusement, le point de rupture se situe au tiers de la hauteur ou un peu plus, ce que des calculs confirment.

LES AUTEURS



Jean-Michel COURTAY et Édouard KIERLIK sont professeurs de physique à l'université Pierre-et-Marie-Curie, à Paris. Leur blog : www.scilogs.fr/idees-de-physique



à la compression. Ainsi, de la craie, du béton ou de l'os résistent très bien à la compression, mais beaucoup moins à la traction. Par conséquent, la rupture se produira sur le dessus (du côté extérieur à la flexion). En revanche, le bois, et en particulier le bois vert, présente une excellente résistance à la traction lorsque celle-ci s'exerce dans le sens des fibres. Mais il éclate en compression : un bâton rompra donc par le dessous (du côté intérieur de la flexion).

Considérons maintenant une barre posée verticalement sur le sol et qui pivote sur son point d'appui. Parfois, elle se brise lors de sa chute, et cela se produit nettement sous son milieu, comme l'illustrent ces photos de cheminées d'usine que l'on détruisait en les inclinant jusqu'à les faire chuter (voir l'illustration ci-dessus). Vous pouvez reproduire l'expérience chez vous en construisant une tour en pièces de Lego, mais attention : pour observer l'effet, il vous faudra jouer les constructeurs de l'extrême et empiler par exemple plus de 150 pièces.

Comment expliquer une telle rupture ? Il faut d'abord remarquer qu'il s'agit d'objets fragiles, qui se briseraient sous l'effet de leur propre poids si on les tenait à l'horizontale, tant les forces qui assurent la cohésion entre leurs composants (le mortier entre les briques, l'emboîtement des pièces de Lego) sont faibles.

Est-ce à dire que seul le poids est à l'œuvre ? Non, il faut aussi compter avec la

réaction du sol, et le bilan des forces et des couples permet de déterminer la dynamique de la chute de la tour.

Isolons une brique par la pensée. Au cours de sa chute, elle va suivre une trajectoire circulaire, tant que la tour conserve son intégrité. Son accélération dépend, comme il se doit, de sa position et de l'accélération angulaire globale de la tour.

Or cette accélération de la brique n'est pas égale à l'accélération qu'elle aurait si elle chutait seule le long d'un arc de cercle. La différence est due à l'existence de contraintes internes, à la fois de compression-extension ou de cisaillement, exercées sur la brique par les éléments qui lui sont adjacents.

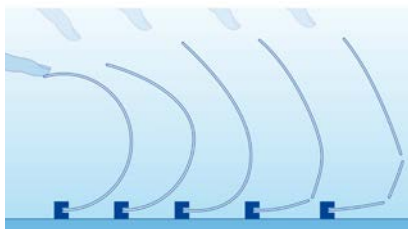
Rupture en cours de chute

Le calcul montre alors que la tour est bien en compression au début de sa chute (quand le poids domine), mais qu'à partir d'environ 45 degrés d'inclinaison, elle se retrouve en extension sous l'effet de la force centrifuge. On trouve que le moment fléchissant maximal se produit au tiers de la hauteur de la tour : c'est donc un point de rupture privilégié.

Un calcul plus détaillé des contraintes d'étirement exercées sur les faces de la tour (là où elles sont maximales) montre que le résultat est robuste pour des tours très hautes, mais aussi que la rupture peut avoir lieu plus haut que le tiers de la hauteur pour des tours moins élancées (mais toujours plus bas que le milieu).

Qu'en est-il du spaghetti, sorte de tour très élancée puisque le rapport entre sa longueur et son épaisseur dépasse 200 ? La rupture de cette étroite tige de pâte sèche est étrange : quand on courbe peu à peu un spaghetti, il se casse invariablement en plus de deux morceaux (voir la figure ci-contre). En quoi se distingue-t-il alors des tiges que nous avons évoquées plus haut ?

Première surprise : le spaghetti semble ne pas s'en distinguer ! En effet, lorsque la pâte est bien homogène et sans défaut, c'est bien au milieu qu'il se brise, là où les contraintes et la courbure sont maximales. Mais la différence apparaît lorsqu'on examine



UN SPAGHETTI FORTEMENT COURBÉ se casse quand on lâche son extrémité. Le lâcher crée une onde de flexion qui se propage le long du spaghetti et qui augmente localement la courbure (donc les contraintes mécaniques). Le spaghetti se brise là où la courbure dépasse le seuil de résistance. Les nouvelles ondes de flexion ainsi créées conduisent alors à une autre rupture.