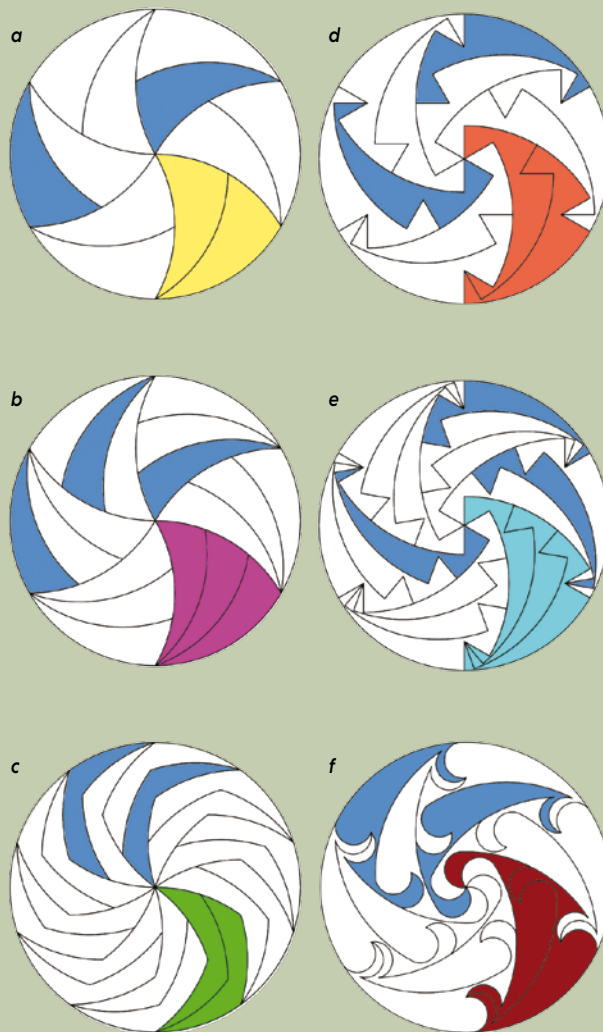


3

DÉCOUPAGE EN TRANCHES, AVEC OU SANS AXE DE SYMÉTRIE

Dans les découpages non radiaux représentés dans l'encadré 2, les parts sont superposables, mais la moitié d'entre elles doivent être retournées (symétrie miroir). Avec le découpage en tranches, on évite de tels retournements. Ainsi, partant du découpage radial en 6 parts sous-jacent à la figure a de l'encadré 2, on obtient un découpage (a) en 12 parts (deux sont indiquées en bleu) en faisant deux tranches identiques dans chacune des parts initiales (dont l'une est indiquée en jaune). Le même principe a été appliqué pour les autres découpages montrés ici. Dans les découpages a à e, la forme découpée possède un axe de symétrie. Ce n'est pas le cas de la forme utilisée dans le découpage f.



Dans l'encadré 1, la figure C1 représente une telle part, en faisant apparaître ses éléments de symétrie et les contraintes de construction. Selon que l'on place les points M ou N au centre du disque, on obtient le double positionnement de la part dans le disque. Le pourtour de la part doit se diviser en 3 parties superposables, car ces parties se trouvent collées dans les deux versions du disque rempli. En conséquence, les 3 sommets (*petits ronds sur le dessin*), sont aux sommets d'un triangle équilatéral. Chaque tiers du périmètre de la part est dans le dessin composé d'un segment rectiligne S, d'un arc de cercle Arc et d'un segment rectiligne S identique au premier.

Puisque la part est utilisée 6 fois dans notre exemple pour recouvrir le disque, l'arc de cercle correspond exactement à $1/6$ de la circonférence du cercle, et l'angle entre les deux segments rectilignes est de $2\pi/6$ (60°). Pour que différentes versions de la part s'emboîtent convenablement, le parcours du périmètre est donc, en partant du centre du disque: (S-Arc-S)-(S-Arc-S)-(S-Arc-S).

Un peu de réflexion suggère deux façons de généraliser ce premier exemple de part à double positionnement radial.

Dans la figure C1 de l'encadré 1, on peut remplacer les segments rectilignes S par une même courbe continue C (chacun des 6 segments S est remplacé par la même courbe C exactement, qui tourne d'un multiple de $2\pi/6$), par exemple un arc de cercle ou un zig-zag. Le périmètre d'une part devient: (C-Arc-C)-(C-Arc-C)-(C-Arc-C).

La courbe choisie ne doit pas trop s'écarter du segment qu'elle remplace pour éviter les rencontres des périmètres des parts quand on les dispose dans le disque, mais il y a néanmoins une infinité de façons de choisir la courbe C qui remplace le segment. Notons aussi que l'on peut jouer sur la longueur des segments (ou des courbes qui les remplacent) ainsi que sur l'angle qu'un couple de segments ou de courbes fait par rapport au triangle équilatéral.

Le dessin de la figure C1 avec son découpage en 3 parts, organisé sur un triangle >

BIBLIOGRAPHIE

J. Haddley et S. Worsley, **Infinite families of monohedral disk tilings**, prépublication arXiv:1512.03794, 2016.

J. Condliffe, **Mathematicians have found crazy new ways to cut pizza into equal slices**, Gizmodo, 2016 (<http://bit.ly/1SdPLFn>).