

A

CTUALITÉS

P.6 Échos des labos

P.12 Livres du mois

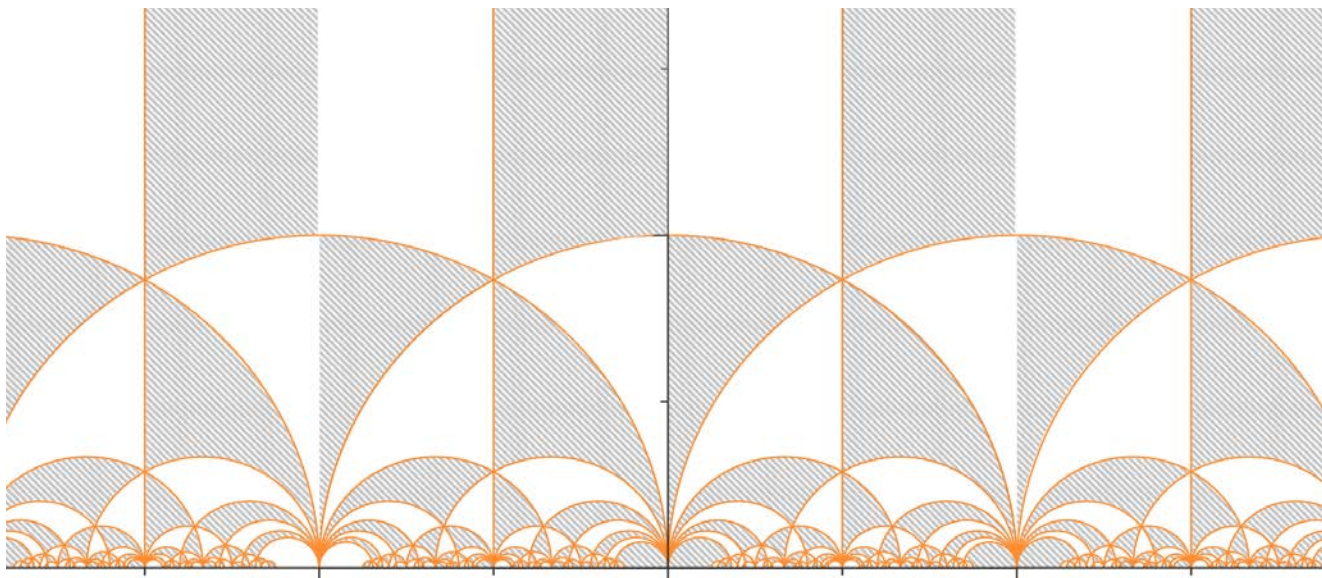
P.13 Agenda

P.14 Homo sapiens informaticus

P.16 Cabinet de curiosités
sociologiques

UN PARIA MATHÉMATIQUE RENTRE DANS LE RANG

Des mathématiciens ont établi des connexions, nommées *moonshines*, entre un groupe de symétries particulier et d'autres objets mathématiques, des formes modulaires.



Derrière l'expression *moonshine* se cache une collection de découvertes mathématiques énigmatiques. Ces résultats établissent des relations étonnantes entre des objets *a priori* sans lien issus de domaines mathématiques très éloignés, les groupes finis de symétrie et les formes modulaires. Depuis la découverte du premier *moonshine* en 1979, une vingtaine de ces connexions ont été mises en évidence. Ken Ono, de l'université Emory, à Atlanta, et ses collègues viennent d'en découvrir une d'autant plus spectaculaire qu'elle met en jeu l'un des groupes de symétrie les plus mal connus : le groupe O'Nan, appartenant aux groupes dits parias.

En mathématiques, une symétrie d'un objet est une transformation qui laisse cet objet intact. Les exemples les plus simples de la symétrie sont ceux que l'on rencontre en géométrie à l'école, les rotations ou les symétries axiales. Au XIX^e siècle, les mathématiciens ont montré que l'on pouvait formaliser ces symétries à partir de la théorie des groupes.

Il existe une grande diversité de groupes de symétrie. Est-il possible de les organiser en familles ? En 1972, Daniel Gorenstein, de l'université Harvard, a proposé un programme conjectural destiné à finir la classification des « groupes finis simples ». Le résultat de la classification est qu'il existe un nombre restreint de familles de groupes finis simples pouvant être construits systématiquement

Les fonctions modulaires sont définies de manière naturelle sur le « demi-plan de Poincaré », dont la géométrie est non-euclidienne (hyperbolique). Elles présentent des symétries particulières comme celle ci-dessus.

ainsi que 26 autres groupes, ne se rattachant pas à ces familles. Ces 26 groupes, ceux qui nous intéressent ici, sont dits sporadiques. Le plus grand est le « groupe monstre », avec plus de 10^{53} éléments, soit le nombre d'atomes dans la planète Jupiter ! Il forme, avec 19 groupes sporadiques qui lui sont liés, la *happy family*. Les 6 derniers sont nommés les groupes parias.

Le groupe monstre est au cœur d'une curieuse découverte. En 1978, John McKay,

à Montréal, a observé une correspondance entre certains nombres particuliers liés au groupe monstre et ceux de la fonction J , une forme modulaire classique remontant au XIX^e siècle. Les formes modulaires sont une classe de fonctions qui présentent des symétries particulières (voir la figure ci-contre). Elles sont des objets incontournables de la théorie des nombres et, notamment, sont au cœur de la démonstration du théorème de Fermat par Andrew Wiles.

Que sont les nombres trouvés par John McKay? La fonction J peut être écrite comme une somme de termes dont chacun est pondéré par un coefficient. Le premier coefficient est 196884. John McKay a reconnu en ce nombre la somme des deux premières dimensions d'espaces dont le groupe monstre est un groupe de symétrie: 1 et 196883.

La plupart des mathématiciens y ont vu une pure coïncidence, mais rapidement, d'autres correspondances numériques ont été mises en évidence. En 1979, John Conway, à Princeton, a qualifié cette connexion improbable de *monstrous moonshine* qui signifie «folie monstrueuse». En 1992, Richard Borcherds a démontré que le *monstrous moonshine* a un fondement bien réel. Ce *moonshine* a longtemps été un cas unique. Mais à partir de 2010, 23 nouveaux *moonshines* ont été découverts. Ils connectent les groupes de la *happy family* à des formes modulaires.

Les groupes parias avaient-ils aussi des *moonshines*? Ken Ono et ses collègues viennent de répondre par l'affirmative. Ils ont montré que le groupe paria O'Nan est lié à un type de formes modulaires différent des précédents *moonshines*. Les trois mathématiciens ont découvert ce *moonshine* de la même façon que John McKay, en notant des correspondances numériques tirées de ces différents objets.

En outre, ces formes modulaires sont aussi connectées à un autre type d'objet central pour la théorie des nombres, les courbes elliptiques. Ainsi, le groupe O'Nan contiendrait de nombreuses informations sur les courbes elliptiques, même si, pour l'instant, la nature des symétries sous-jacentes reste à expliciter. La découverte de Ken Ono et de ses collègues pourrait donc apporter un outil puissant pour mieux étudier ces courbes. ■

SEAN BAILLY

J. F. R. Duncan et al.,
Nature communications, vol. 8, n° 670, 2017

Alerte à l'effet cocktail pendant la grossesse

Alors que les débats se multiplient sur les contaminations de notre environnement, l'équipe de Bernard Jégou, à Rennes, vient d'apporter la preuve d'un effet dit cocktail, dû à un mélange de perturbateurs endocriniens, sur la production de testostérone par les testicules du fœtus humain.



Propos recueillis par NOËLLE GUILLON

BERNARD JÉGOU
directeur de recherche
à l'Inserm-IRSET
et à l'EHESP, à Rennes

Qu'entend-on par effet cocktail de perturbateurs endocriniens ?

En conditions réelles, les organismes sont exposés à de multiples substances chimiques, dans un écosystème très complexe que l'on commence à peine à explorer. Parmi ces composés, les perturbateurs endocriniens sont des molécules capables, notamment, de bloquer la synthèse d'hormones, comme la testostérone. La question du rôle des mélanges s'est posée depuis longtemps. Il avait été montré, chez des espèces animales mais aussi sur des cellules transformées d'origine animale et humaine, que l'exposition simultanée à plusieurs substances exacerbe les effets de chaque molécule individuelle, y compris à des concentrations auxquelles chaque molécule prise une à une n'exerce pas ou peu d'activité. C'est l'« effet cocktail ».

Qu'a apporté votre approche ?

Il manquait la preuve que cet « effet cocktail » existe aussi chez l'homme. Nous avons utilisé des tissus humains complexes, des testicules fœtaux humains récupérés suite à des IVG, grâce à la collaboration de femmes et de l'équipe médicale du CHU de Rennes. Nous avons exposé ces tissus à une série de molécules individuelles, puis à des cocktails de 4 ou 8 molécules. Nous nous sommes intéressés à une hormone clé, la testostérone, nécessaire à la masculinisation de l'individu et au développement de l'appareil urogénital, ainsi qu'à la croissance du cerveau. Nous avons sélectionné des substances auxquelles les femmes enceintes sont susceptibles d'être exposées : médicaments, pesticides, agents récréatifs tels que le café ou l'alcool. Nous avons ainsi sélectionné 27 molécules. Onze d'entre elles se sont révélées antitestostérone individuellement, puis en cocktail à faibles concentrations, comme celui

comprenant l'antifongique ketoconazole, autorisé pendant la grossesse, la théophylline, substance présente dans les feuilles de thé, l'acide valproïque, un antiépileptique, et le bisphénol A. En parallèle, avec des collègues de Londres, nous avons développé un modèle mathématique de prédiction des effets simultanés des molécules. Notre approche a ainsi apporté pour la première fois la preuve de concept de l'effet additif des molécules et donc de la démultiplication des effets chez l'homme. L'exacerbation de l'effet d'une molécule en présence d'autres antiandrogènes varie d'un facteur 10 à 10 000 selon la molécule. En outre, les effets observés sont cohérents avec les prédictions de notre modèle, ce qui est très intéressant pour la conception de futures expériences pour évaluer les risques chez les humains.

Faut-il s'inquiéter ?

Il semble qu'il existe une fenêtre particulièrement sensible au cours du premier trimestre de grossesse. Notre travail ouvre une brèche vers l'étude de l'« exposome chimique ». Mais pour approcher les conditions réelles d'exposition, il faut maintenant développer des techniques permettant d'identifier et de quantifier toutes les molécules présentes dans un échantillon de liquide amniotique par exemple. Il faudra aussi travailler de façon multidisciplinaire, pas uniquement avec des biologistes ou des chimistes, mais aussi avec des toxicologues et des épidémiologistes, pour croiser des résultats d'enquêtes épidémiologiques, de statistiques, d'exposition animale *in vitro*, *in vivo*, etc. C'est ce à quoi nous nous employons maintenant. Il faut combiner les approches parce qu'on ne peut évidemment pas expérimenter directement sur l'homme. Les effets sur les œstrogènes ou d'autres hormones devront aussi être étudiés. De plus, l'exposition ne se limite pas à la grossesse : les effets tout au long de la vie restent à décrypter. ■

P. Gaudriault et al., Environmental Health Perspectives, vol. 125, n° 8, 2017