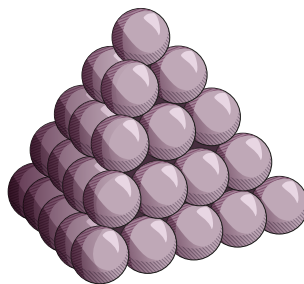


1998 MATHÉMATIQUES POUR EMPILEMENTS D'ORANGES

LA CONJECTURE DE KEPLER ENFIN PROUVÉE

Sur son étal, le marchand de fruits et légumes empile les oranges selon un motif pyramidal : une boule repose au creux d'un triangle de trois boules, elles-mêmes posées sur six boules, etc. Il en est de même, par exemple, des boulets entassés derrière un canon. Il semble évident pour tout le monde que cet empilement de sphères identiques est le plus dense possible. C'est aussi ce que pensait l'astronome Johannes Kepler, qui conjectura ce résultat en 1611. Mais le démontrer s'est révélé beaucoup moins évident...

Il fallut attendre 1831 pour que Carl Friedrich Gauss prouve que la conjecture de Kepler



est vraie si l'on impose que l'empilement soit régulier. Mais il ne parvint pas à démontrer le cas général. En 1953, le mathématicien hongrois László Fejes Tóth démontra que le problème pouvait être réduit à une série colossale mais finie de calculs (environ 100 000 problèmes de programmation linéaire). En 1998, en s'inspirant de ces travaux et en effectuant les calculs par ordinateur, Thomas Hales, de l'université du Michigan, annonça la résolution du problème. La conjecture était enfin prouvée !

La démarche ressemblait à celle adoptée pour le théorème des quatre couleurs (voir page 23), mais, en lui succédant de près d'une génération, elle a été d'emblée mieux acceptée et la preuve a été considérée comme presque certainement juste. Sa reproduction en 2013 à l'aide de programmes assistants de preuve a levé toute incertitude quant à sa validité. ■

R. C.

T. C. Hales, *A proof of the Kepler conjecture*, *Annals of Mathematics*, vol. 162, pp. 1065-1185, 2005

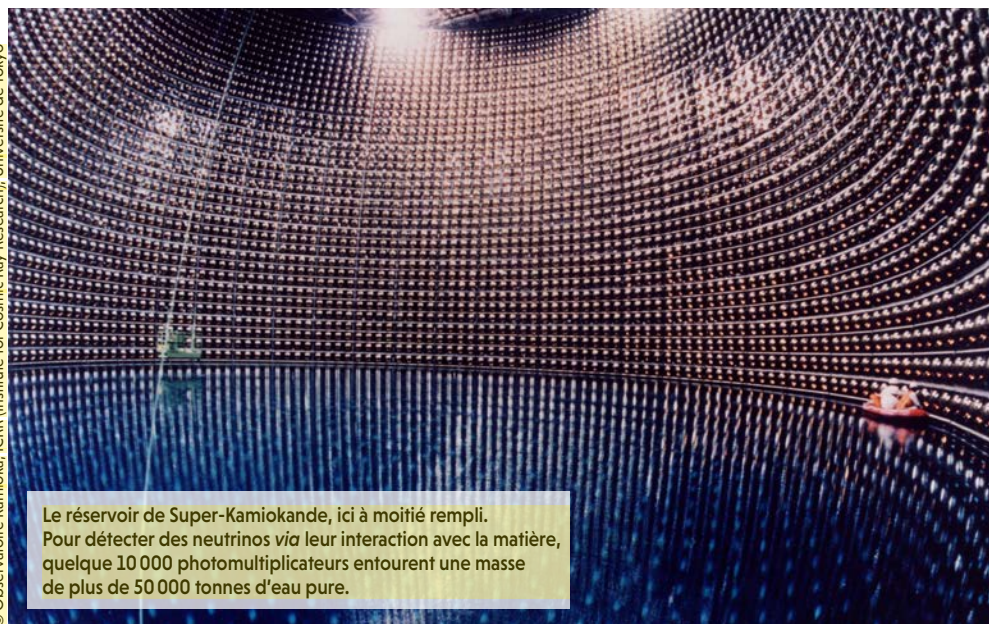
1998 CHANGEMENTS PÉRIODIQUES D'IDENTITÉ

L'OSCILLATION DES NEUTRINOS

Le modèle standard de la physique des particules prédit qu'aux trois variétés de leptons chargés, à savoir l'électron, le muon et le tau, sont associés trois neutrinos : le neutrino électronique, le neutrino muonique et le neutrino tauique, tous de masse nulle. Leur interaction avec la matière est si faible qu'il faut des détecteurs constitués de dizaines de milliers de tonnes d'eau, par exemple, pour espérer en capturer une poignée par jour sur des milliards par seconde. Même ainsi, les détecteurs souterrains (pour s'affranchir du bruit de fond dû aux rayons cosmiques) mis au point à la fin des années 1960 par l'Américain Raymond Davis n'enregistraient qu'un tiers et la moitié des neutrinos (électroniques) attendus en provenance du Soleil. Le modèle astrophysique décrivant cette étoile était-il faux ?

En 1957, Bruno Pontecorvo, à l'Institut de recherche nucléaire de Dubna, en Union soviétique, montra que si les neutrinos ont des masses différentes (et donc des masses tout court), alors leurs longueurs d'onde quantiques diffèrent et se déphasent au cours de leur progression.

© Observatoire Kamioka, ICRR (Institute for Cosmic Ray Research), Université de Tokyo



Le réservoir de Super-Kamiokande, ici à moitié rempli. Pour détecter des neutrinos via leur interaction avec la matière, quelque 10 000 photomultiplicateurs entourent une masse de plus de 50 000 tonnes d'eau pure.

Un neutrino de type électronique émis par le Soleil verrait alors son identité « osciller » d'un type à l'autre au cours de son trajet, de même que sa probabilité d'être détecté, car la matière interagit moins avec un neutrino s'il est de type muonique ou tauique.

En 1998, après des mois de prise de données, l'expérience Super-Kamiokande, au Japon, apporta une première confirmation

des résultats de Davis et de l'hypothèse de l'oscillation des neutrinos (donc de leurs masses non nulles). Le modèle du Soleil était sauvé. Mais près de vingt ans plus tard, l'origine des masses des neutrinos et de leurs différences reste à élucider. ■

R. C.

Y. Fukuda *et al.*, *Measurements of the solar neutrino flux from Super-Kamiokande's first 300 days*, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 81, pp. 1158-1162, 1998

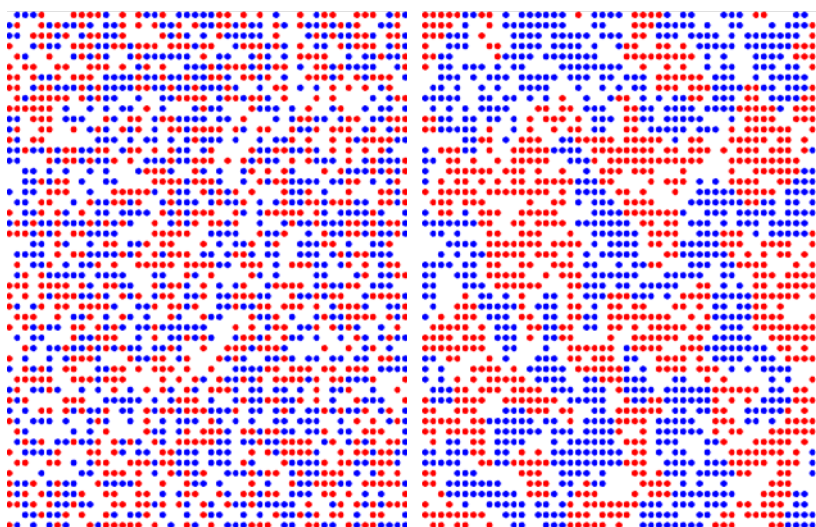
SIMULATIONS MULTIAGENTS POUR EFFETS DE GROUPE

Une fourmi ne voit qu'à quelques centimètres devant elle. Tout au plus peut-elle décider de suivre ou non une trace de phéromone laissée par une congénère assez récemment pour que la substance ne se soit pas évaporée. Pourtant, le jeu complexe des règles simples qui régissent le comportement individuel des fourmis permet à la fourmilière de trouver une bonne approximation du chemin le plus court vers un pot de confiture situé à des dizaines de mètres du nid, malgré la perception très limitée des individus... et chacun a pu constater qu'elle le fait parfois très vite !

Reproduire cette performance dans une simulation informatique implique de résoudre une foule de problèmes. Il faut par exemple simuler le fait que les décisions des agents (les fourmis dans notre exemple) sont simultanées, de même que les réactions de leur environnement, alors que les machines sont essentiellement séquentielles (elles traitent leurs tâches les unes après les autres). Chaque intervalle de temps implique alors une énorme masse de calculs qu'il faut autant que possible réduire. On doit aussi s'assurer que la représentation complète de l'environnement dans la simulation ne vient pas « informer » les agents par quelque biais de la programmation, c'est-à-dire que ces derniers ne disposent effectivement que de la petite fraction d'informations à laquelle ils sont censés accéder (un problème souvent moins évident qu'il n'y paraît).

Après des décennies de progrès informatiques s'appuyant sur l'augmentation exponentielle de la puissance de calcul depuis l'époque héroïque des premiers automates cellulaires (le « jeu de la vie » proposé par le mathématicien britannique John Conway en 1970), les simulations multiagents se sont répandues dans de nombreuses disciplines.

Y compris en sciences sociales, où l'avènement de cette démarche est marqué par la publication en 1999 du manuel *Simulation for the Social Scientist* par deux sociologues, l'Anglais Nigel Gilbert et l'Allemand Klaus Troitzsch, pionniers en la matière. Il s'agit notamment de comprendre l'émergence de phénomènes collectifs (ségrégation, propagation d'une mode, etc.) à partir de comportements individuels modélisés par des règles simples – que l'on peut ajuster au fur et à



Un exemple de simulation multi-agents (modèle de Thomas Schelling) montrant un phénomène de ségrégation ethnique. L'état initial (à gauche) représente une ville à deux ethnies (en bleu et rouge) dont les habitants sont logés au hasard. Pour chaque habitant, on applique la règle : « Si moins de 50 % de mes plus proches voisins sont de la même ethnie que moi, je déménage ». Au bout de quelques itérations, on voit apparaître des quartiers homogènes (à droite).

LES AUTOMATES CELLULAIRES SONT LES ANCÊTRES DES MODÈLES MULTIAGENTS. LE PREMIER A ÉTÉ CONÇU PAR LE MATHÉMATICIEN JOHN VON NEUMANN, DANS LES ANNÉES 1940. C'ÉTAIT UN RÉSEAU DE CELLULES DONT CHACUNE ADOPTE UN ÉTAT PARMI 29 POSSIBLES, EN FONCTION DES ÉTATS DES CELLULES VOISINES AU PAS DE TEMPS PRÉCÉDENT.

mesure des simulations, de façon à identifier les facteurs les plus pertinents.

On utilise aussi les simulations multiagents en économie, en architecture (conception d'issues de secours adaptées en cas de mouvements de panique, par exemple), en urbanisme (impact de modifications des infrastructures), pour étudier le trafic routier (jusque-là simulé à l'aide d'équations inspirées de la mécanique des fluides, qui ne tiennent pas compte de la capacité des conducteurs à prendre des décisions plus ou moins heureuses). Même l'industrie du cinéma s'en sert, depuis que Peter Jackson a fait ainsi simuler les mouvements des armées multitudinaires de son *Seigneur des anneaux*...

Outre la production de simulations réalistes et prédictives, la capacité des systèmes multiagents à s'autoorganiser est exploitée directement pour explorer les arborescences du Web ou d'une base de données à la manière des fourmis, ainsi que dans la conception d'algorithmes capables de se modifier eux-mêmes pour trouver des solutions optimales à certains problèmes. Les simulations multiagents sont dès lors aussi une branche de l'intelligence artificielle. ■

R. C.

N. Gilbert et K. G. Troitzsch, *Simulation for the Social Scientist*, McGraw-Hill, 1999