

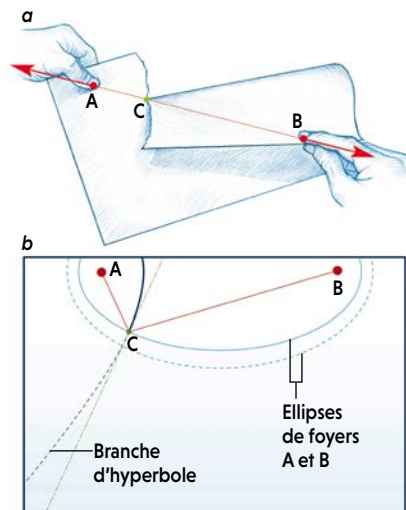
DÉCHIRURE HYPERBOLIQUE

Tenons avec les doigts, en des points notés A et B, une feuille de papier entaillée sur son bord, et écartons peu à peu les mains. La feuille se déchire selon une branche d'hyperbole. Voici le raisonnement qui explique pourquoi. À chaque instant, les points A et B sont alignés avec l'extrémité C de la déchirure (schéma a). Si la distance entre les doigts est d à l'instant considéré, on a donc $d = AC + BC$. En remettant à plat la feuille, cela signifie que C est un point de l'ellipse ayant pour foyers A et B et caractérisée par le paramètre d . Un instant plus tard, la distance entre les doigts a augmenté et est devenue d' : la pointe C de la déchirure appartient alors à une ellipse plus grande (de paramètre d'), mais de mêmes foyers A et B (schéma b). Pour que, conformément au critère de Griffith, C passe d'une ellipse à l'autre en parcourant une longueur minimale, le déplacement doit être perpendiculaire aux deux ellipses. Il s'ensuit que C décrit une courbe orthogonale aux ellipses de foyers A et B, ce qui correspond à une branche d'hyperbole.

Déchirures en pointe dont l'angle est constant



Déchirure de forme hyperbolique à partir d'une entaille sur le bord de la feuille



restent en permanence alignés avec le point extrême C de la déchirure, de façon que les forces de traction n'engendrent aucun couple.

La distance entre nos doigts est la somme des segments AC et BC. Remettons la feuille à plat. Pour une distance (dans l'espace) donnée, le point C est donc sur une ellipse ayant pour foyers les points A et B (rappelons que les points P d'une ellipse de foyers A et B vérifient $AP + BP = \text{constante}$). Lorsque la distance entre nos doigts augmente légèrement, C se retrouvera sur une autre ellipse, toujours de foyers A et B, mais plus grande. Pour aller d'une ellipse à >

On peut en outre beaucoup simplifier, comme l'ont montré il y a quelques années Benoît Roman, physicien à l'ESPCI, à Paris, et ses collègues. Sous l'effet de forces modérées, le papier est en effet inextensible et souple. Les énergies élastiques sont ici négligeables et seuls restent à considérer le travail de l'opérateur et l'énergie nécessaire à la déchirure.

Que devient dans ces conditions le critère de Griffith? Le travail fourni par l'opérateur étant fixé, il faut, pour relâcher le plus d'énergie possible, que la déchirure soit de longueur minimale, compte tenu des contraintes exercées par l'opérateur.

Le critère de Griffith devient alors purement géométrique et permet de déterminer la direction de la propagation de la déchirure dans le plan de la feuille.

Pour illustrer cette idée, déchirons à la main une feuille dont le bord a été entaillé, mais de telle sorte que les deux endroits A et B où nous saisissons la feuille avec les doigts ne soient pas à égales distances de l'entaille (voir la figure en haut à droite). Tirons doucement. La feuille se plie dans l'espace, la déchirure se propage; nos doigts s'écartent, mais

Les auteurs ont récemment publié : **En avant la physique!**, une sélection de leurs chroniques (Belin, 2017).



> l'autre selon un chemin de longueur minimale, il faut choisir un déplacement perpendiculaire aux deux. Cela correspond à suivre la direction de la bissectrice aux segments AC et BC et, de façon plus globale, à suivre les courbes orthogonales aux ellipses de foyers A et B, c'est-à-dire des hyperboles.

LA DÉCHIRURE SE PROPAGE PERPENDICULAIREMENT AU PLI, SAUF SI...

La même approche permet d'expliquer ce qui se passe en présence d'un pli, tel celui que présente une feuille dont on détache un ruban. Plus concrètement, faisons deux entailles rectilignes perpendiculaires au bord de la feuille et tirons sur la languette ainsi formée, en maintenant le reste de la feuille à plat. En l'absence de toute élasticité, la languette reste plane et rejoint la feuille le long du pli qui relie les extrémités des deux déchirures.

Ici, d'après le critère d'extension minimale, les déchirures doivent se propager perpendiculairement au pli. Autrement dit, dans ce cas précis, les deux déchirures restent parallèles et forment un ruban de largeur constante.

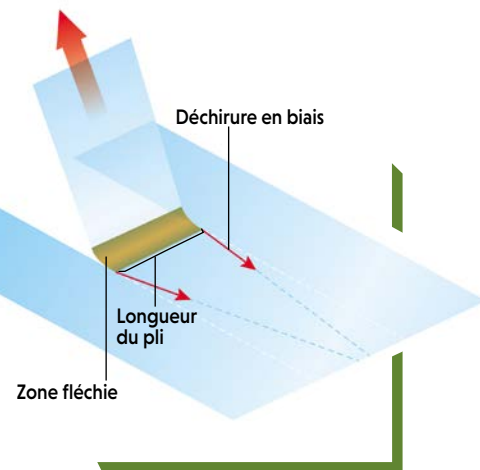
Cette propriété de perpendicularité est de nature purement géométrique et permet d'interpréter des formes de déchirure beaucoup moins simples. L'une de celles-ci s'obtient avec une feuille maintenue à plat et dont le milieu a été légèrement entaillé : quand on tire perpendiculairement au plan de la feuille l'une des lèvres de l'entaille, on obtient, au fur et à mesure que la déchirure se propage, un ruban de plus en plus large qui s'enroule autour de l'axe de traction, comme une hélice sur un cône.

Dans le plan de la feuille, l'extrémité de la déchirure décrit une spirale ; on montre que cette forme résulte du fait que la déchirure se propage perpendiculairement au pli rectiligne reliant les points où le ruban sort du plan de la feuille. Il s'agit d'une spirale logarithmique (la distance au centre croît exponentiellement avec l'angle polaire).

Les déchirures décrites jusqu'ici ne présentent pas de pointe. Pourquoi ? Sans doute parce que nous n'avons pas envisagé le cas d'une feuille collée sur un support. L'adhésion aurait-elle donc un rôle essentiel ? Pas en soi : pour en revenir à la languette sur laquelle on tire, il faut certes tirer plus fort pour que le travail fourni par l'opérateur compense l'énergie d'adhésion, mais le critère de Griffith persiste à prédire une propagation de la

DÉCHIRURE EN POINTE

Lorsqu'on tire sur une languette rectangulaire découpée dans une feuille collée sur un support plan, la feuille adhésive se déchire de biais : la languette détachée finit par former une pointe. La flexion du matériau est ici un facteur crucial. De l'énergie élastique non négligeable est stockée dans l'étroite zone qui subit la flexion (en brun), et cette énergie est proportionnelle à la longueur du pli formé. L'énergie élastique emmagasinée par le système diminue donc si ce pli se réduit, c'est-à-dire si la déchirure s'effectue en biais. Le système adopte cette configuration si l'énergie supplémentaire requise pour déchirer le matériau (la longueur d'une telle déchirure étant supérieure à une déchirure à angle droit) est inférieure à l'énergie élastique libérée.



déchirure perpendiculaire au pli, donc un ruban à bords parallèles.

L'ingrédient qui change tout, c'est la flexion du matériau, lorsque celle-ci emmagasine une énergie élastique non négligeable par rapport aux autres. Plus précisément, si la languette a une courbure bien localisée au niveau du pli, ce qui est le cas en présence d'adhésion, l'énergie élastique stockée est proportionnelle à la longueur du pli (voir la figure ci-dessus). Par conséquent, si l'on tire sur la languette en maintenant constant son angle avec la feuille, le pli conserve sa forme, mais l'énergie élastique stockée peut diminuer si la longueur du pli se réduit.

Il y a donc compétition entre cet effet, qui tend à réduire la longueur du pli, et le coût énergétique supplémentaire d'une déchirure en biais qui s'ensuivrait, la longueur d'une telle déchirure étant supérieure à celle d'une déchirure à angle droit. Ce coût supplémentaire est d'autant plus élevé que l'angle de propagation de la déchirure est important.

Ainsi, lorsque l'adhésion est forte, comme pour un rouleau de bande adhésive, du papier peint collé sur le mur ou la peau d'un fruit, le critère de Griffith prédit que la déchirure se propage en biais par rapport à la traction, avec un angle déterminé par une combinaison de toutes les énergies mentionnées. En deux mots, notre languette rétrécit et se décolle sous la forme d'une pointe. Un beau résultat de physique, mais le désespoir des rénovateurs d'appartements ! ■

BIBLIOGRAPHIE

B. Roman, **Fracture path in brittle thin sheets : A unifying review on tearing**, *International Journal of Fracture*, vol. 182(2), pp. 209-237, 2013.