

R

ENDEZ-VOUS

P.80 Logique & calcul
P.86 Art & science
P.88 Idées de physique
P.92 Chroniques de l'évolution
P.96 Science & gastronomie
P.98 À picorer

L'ALGORITHME DES COQUILLAGES

Pour les mollusques, s'enrouler en spirale afin de construire un abri permanent se fait de multiples façons. Toutes sont des variantes d'un procédé général qu'on s'efforce de reproduire.

L'AUTEUR



JEAN-PAUL DELAHAYE
professeur émérite
à l'université de Lille
et chercheur au Centre
de recherche en
informatique, signal
et automatique de Lille
(Cristal)

L'intelligence artificielle prétend imiter l'intelligence humaine; elle avance sûrement, mais lentement. En biologie, des projets pour modéliser informatiquement une cellule en respectant toute sa complexité sont en cours, aussi difficiles qu'ils soient. Heureusement les coquillages, du moins leur partie calcaire, se laissent mieux copier.

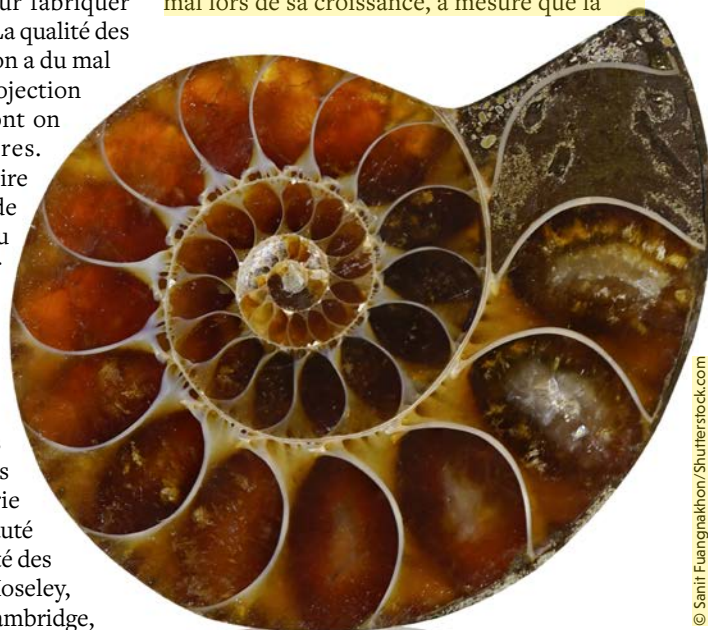
Les recherches sur la forme et les dessins à la surface des coquillages permettent aujourd'hui d'écrire des programmes de quelques dizaines de lignes qui, transmis à des imprimantes 3D, les guident pour fabriquer des modèles nombreux et variés. La qualité des objets ainsi produits est telle qu'on a du mal à croire qu'ils ne sont que la projection d'une formule mathématique dont on fait varier quelques paramètres. Francesco De Comitè, du laboratoire Cristal, à Lille, est un expert de cette informatique imitatrice du vivant et que l'on doit considérer comme un art mathématique.

UNE HISTOIRE QUI REMONTE AU XIX^e SIÈCLE

La régularité de la forme des coquillages a depuis longtemps frappé les esprits, et l'idée que des considérations de pure géométrie pouvaient donner la clé de leur beauté a, dès le début du XIX^e siècle, suscité des travaux. C'est ainsi que Henry Moseley, professeur au King's College de Cambridge,

en Angleterre, expliquait dans un article de 1838 les premiers éléments de cette mathématisation du vivant:

« Il y a une uniformité mécanique observable dans la structure des coquilles d'une même espèce; elle suggère que la figure génératrice des nouvelles couches augmente en taille en même temps que la chambre en forme de spirale se développe selon une simple loi géométrique. En considérant l'opercule de certaines classes de coquilles, la détermination de cette éventuelle loi semble possible. Continuellement agrandi par l'animal lors de sa croissance, à mesure que la



Jean-Paul Delahaye a récemment publié: **Les Mathématiciens se plient au jeu**, une sélection de ses chroniques parues dans *Pour la Science* (Belin, 2017).

LES COQUILLAGES DE FRANCESCO DE COMITÉ, CONSTRUITS AVEC UNE IMPRIMANTE 3D

1



Lyria planicostata

Voluta musica

Cypraea diluculum



Nautilus pompilius

Natica undulata

Amoria macandrewi

Amoria dampiera

construction de sa coquille avance, l'opercule élargit progressivement la chambre spirale.»

Le modèle mathématique qui se déduit de ces remarques ne sera plus ensuite guère modifié. Il est décrit dans l'encadré 2 avec des notations modernes.

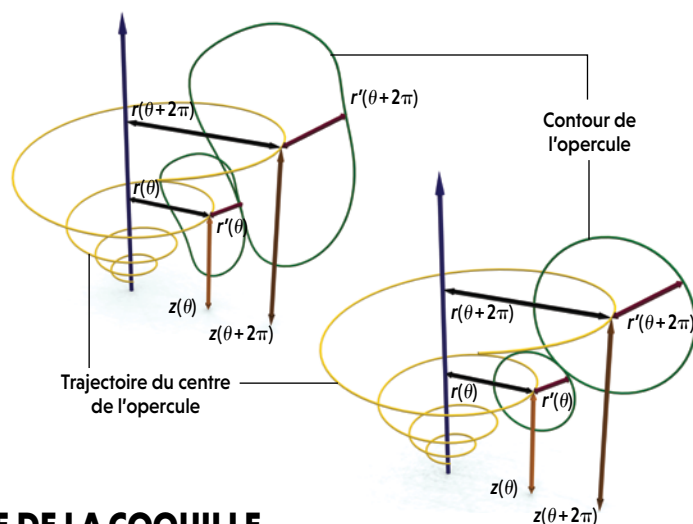
CROISSANCE EN SPIRALE LOGARITHMIQUE

Certains aspects des mécanismes biologiques de croissance, même s'ils sont assez élémentaires, ne sont pas simples à justifier pleinement en pratique. En effet, pourquoi, par exemple, la croissance reste-t-elle proportionnellement constante, et non pas de plus en plus faible ou de plus en plus forte?

La forme résultante est une spirale logarithmique dans l'espace. C'est la seule spirale qui, lorsqu'on lui applique un agrandissement, reste identique à elle-même. Cette propriété géométrique remarquable est peut-être un avantage évolutif, ou au moins une facilitation dans l'adaptation de l'animal à prendre des tailles différentes. Cependant, cette propriété n'est pas facile à justifier, puisqu'elle n'est pas générale dans le monde animal: un adulte n'est pas un enfant deux fois plus grand ou plus; il a proportionnellement une tête plus petite.

Ces questions géométrico-mathématiques font maintenant partie de la biologie, et cela grâce principalement à un célèbre ouvrage dont on vient de fêter le centenaire: *On Growth and Form* (le titre français est *Forme et croissance*), de l'Écossais D'Arcy Thompson, œuvre dont la première édition parut en 1917.

2



GÉOMÉTRIE DE LA COQUILLE

La surface externe de nombreux coquillages est l'enveloppe de la courbe dessinant l'ouverture (l'opercule). L'opercule se déplace dans l'espace de telle façon que le centre de la courbe-opercule parcourt une hélice de rayon croissant, une spirale, en même temps que sa taille augmente et que le plan de la courbe-opercule tourne en restant perpendiculaire au dessin de l'hélice dans l'espace.

Si r est la distance du centre de l'opercule à l'axe vertical, z la coordonnée selon l'axe vertical de ce centre et θ l'angle de l'opercule le long de la spirale, la position du centre est donnée

par : $r(\theta) = r_0 k_1^{\theta/2\pi}$, $z(\theta) = z_0 k_2^{\theta/2\pi}$. Les paramètres r_0 et z_0 indiquent la position initiale de l'opercule à l'instant où la croissance commence, tandis que k_1 et k_2 sont les facteurs de croissance quand la courbe fait un tour complet. À chaque tour, le rayon est multiplié par k_1 , la hauteur du centre par k_2 . Il faut aussi que le rayon de l'opercule augmente à chaque tour d'un facteur k_3 . Dans les cas les plus simples, l'opercule sera un cercle et $k_1 = k_2 = k_3$, noté k .

Pour que les opercules soient tangents quand le centre a fait un tour complet, il faut que le rayon $r'(\theta)$ de l'opercule vérifie : $r'(\theta) = \sqrt{(r_0^2 + z_0^2)[(k-1)/(k+1)]} k^{\theta/2\pi}$.

