

LES COQUILLAGES DE FRANCESCO DE COMITÉ, CONSTRUITS AVEC UNE IMPRIMANTE 3D

1



Lyria planicostata

Voluta musica

Cypraea diluculum



Nautilus pompilius

Natica undulata

Amoria macandrewi

Amoria dampiera

construction de sa coquille avance, l'opercule élargit progressivement la chambre spirale.»

Le modèle mathématique qui se déduit de ces remarques ne sera plus ensuite guère modifié. Il est décrit dans l'encadré 2 avec des notations modernes.

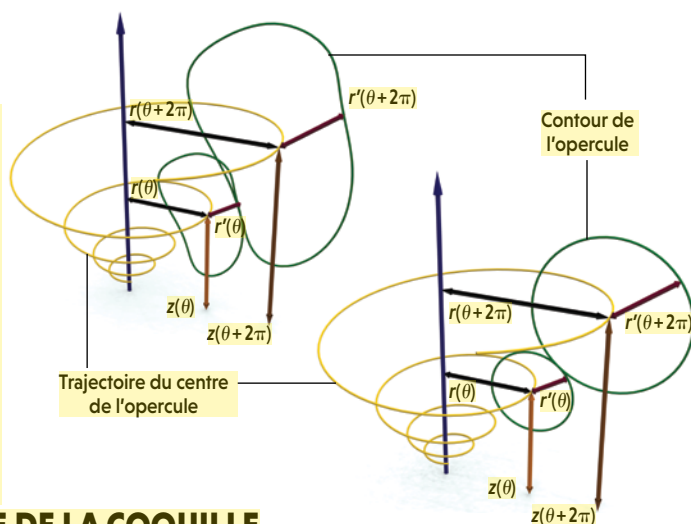
CROISSANCE EN SPIRALE LOGARITHMIQUE

Certains aspects des mécanismes biologiques de croissance, même s'ils sont assez élémentaires, ne sont pas simples à justifier pleinement en pratique. En effet, pourquoi, par exemple, la croissance reste-t-elle proportionnellement constante, et non pas de plus en plus faible ou de plus en plus forte?

La forme résultante est une spirale logarithmique dans l'espace. C'est la seule spirale qui, lorsqu'on lui applique un agrandissement, reste identique à elle-même. Cette propriété géométrique remarquable est peut-être un avantage évolutif, ou au moins une facilitation dans l'adaptation de l'animal à prendre des tailles différentes. Cependant, cette propriété n'est pas facile à justifier, puisqu'elle n'est pas générale dans le monde animal: un adulte n'est pas un enfant deux fois plus grand ou plus; il a proportionnellement une tête plus petite.

Ces questions géométrico-mathématiques font maintenant partie de la biologie, et cela grâce principalement à un célèbre ouvrage dont on vient de fêter le centenaire: *On Growth and Form* (le titre français est *Forme et croissance*), de l'Écossais D'Arcy Thompson, œuvre dont la première édition parut en 1917.

2



GÉOMÉTRIE DE LA COQUILLE

La surface externe de nombreux coquillages est l'enveloppe de la courbe dessinant l'ouverture (l'opercule). L'opercule se déplace dans l'espace de telle façon que le centre de la courbe-opercule parcourt une hélice de rayon croissant, une spirale, en même temps que sa taille augmente et que le plan de la courbe-opercule tourne en restant perpendiculaire au dessin de l'hélice dans l'espace.

Si r est la distance du centre de l'opercule à l'axe vertical, z la coordonnée selon l'axe vertical de ce centre et θ l'angle de l'opercule le long de la spirale, la position du centre est donnée

par : $r(\theta) = r_0 k_1^{\theta/2\pi}$, $z(\theta) = z_0 k_2^{\theta/2\pi}$. Les paramètres r_0 et z_0 indiquent la position initiale de l'opercule à l'instant où la croissance commence, tandis que k_1 et k_2 sont les facteurs de croissance quand la courbe fait un tour complet. À chaque tour, le rayon est multiplié par k_1 , la hauteur du centre par k_2 . Il faut aussi que le rayon de l'opercule augmente à chaque tour d'un facteur k_3 . Dans les cas les plus simples, l'opercule sera un cercle et $k_1 = k_2 = k_3$, noté k .

Pour que les opercules soient tangents quand le centre a fait un tour complet, il faut que le rayon $r'(\theta)$ de l'opercule vérifie : $r'(\theta) = \sqrt{(r_0^2 + z_0^2)[(k-1)/(k+1)]} k^{\theta/2\pi}$.



> L'ouvrage défend l'idée que la biologie surestime le rôle de l'évolution en négligeant les contraintes physiques et mécaniques, qui sont des facteurs déterminants dans l'organisation et les formes des organismes vivants et de leurs composants.

Richement illustré, ce livre s'intéresse aux ailes des insectes, aux plumes des oiseaux, aux cornes plus ou moins enroulées des mammifères, aux méduses, aux graines végétales. Il traite soigneusement de la physique et de la délicate géométrie des contacts cellulaires

et des agrégats cellulaires, de la solidité et de la souplesse des os. Il étudie les structures géométriques de différentes espèces de poissons et établit des liens, introduisant une théorie des transformations aujourd'hui utile aux méthodes informatiques dans le domaine de la reconnaissance des formes. Il considère les alvéoles des ruches d'abeilles et, à cette occasion, le remplissage de l'espace par des polyèdres. Il ne manque pas de s'émerveiller des flocons de neige, des fascinants squelettes des radiolaires (organismes unicellulaires à

3

AUTOMATES CELLULAIRES À UNE DIMENSION

Pour déterminer le motif coloré que présente un coquillage, la méthode la plus simple qui s'appuie sur l'idée de la croissance de la coquille couche par couche est celle des automates cellulaires unidimensionnels. En voici l'idée.

Un dessin quelconque composé de cases blanches et noires alignées (ou disposées en cercle) est donné. Par exemple : ...blanc, blanc, blanc, noir, blanc, blanc, blanc..., que nous noterons ...bbbnbbb... On choisit une règle d'évolution. Par exemple :

si on a *nnn*, la case centrale devient *b* ;
si on a *nmb*, la case centrale devient *b* ;
si on a *nb*, la case centrale devient *b* ;
si on a *nbb*, la case centrale devient *n* ;
si on a *bnn*, la case centrale devient *n* ;
si on a *bnb*, la case centrale devient *n* ;
si on a *bbn*, la case centrale devient *n* ;
si on a *bbb*, la case centrale devient *b*.

Cette règle est schématisée par la figure A.

Partant de la ligne ...bbbnbbb..., en écrivant les lignes qui s'en déduisent successivement, on obtient les figures B et C.

La méthode, appliquée ici à une ligne initialement infinie, s'adapte de façon évidente à une courbe fermée, et donc à la croissance d'un coquillage qui ajoute des couches nouvelles à son opercule, pourvu qu'on accepte l'idée d'une discrétisation des couleurs, ici au nombre de deux (noir et blanc).

Le type de résultats obtenu, après impression 3D, est représenté en D.

