

squelette siliceux, faisant partie du plancton marin) et, bien sûr, des coquillages.

L'ouvrage de D'Arcy Thompson a eu une grande influence en biologie en remettant à sa juste place la physique; et indirectement les mathématiques: les lois physiques créent des formes qu'on ne comprend qu'en résolvant des systèmes d'équations parfois assez complexes, et donc en mettant en œuvre les outils mathématiques de l'analyse.

DES FORMES CONSTRUITES PAR UNE IMPRIMANTE 3D À PARTIR D'UNE FORMULE UNIQUE

Revenons à nos coquillages et considérons le modèle le plus simple qui les décrit. Conduit-il à reproduire de manière satisfaisante les espèces connues? Jusqu'à récemment, les outils informatiques ne permettaient que d'envisager des modèles de coquillages dans la mémoire de l'ordinateur ou projetés sur un plan, celui-ci étant l'écran d'un terminal ou une feuille de papier. Les imprimantes 3D, dont les développements techniques se sont accélérés, offrent la possibilité d'aller plus loin en transformant les équations, trouvées ou supposées, en objets qu'on prend en main, qu'on soupèse, qu'on examine avec soin... et qu'on met contre son oreille pour «entendre la mer»!

Rappelons que les imprimantes 3D fonctionnent à partir d'une définition mathématique de l'objet que l'on veut obtenir, définition qui s'exprime dans un programme informatique. Ces machines produisent parfois des objets impossibles à obtenir par des techniques de moulage ou par des découpages et usinages classiques (par exemple un cube dont l'intérieur serait creusé pour laisser un espace vide qui aurait la forme de votre tête). Mais tout n'est pas possible.

En effet, les diverses parties de la forme sculptée par l'imprimante ou fabriquée couche par couche doivent être liées dans l'espace si l'on veut un objet qui garde sa rigidité. Surtout, l'objet visé ne doit pas comporter de parties trop fines que l'imprimante serait incapable de créer, ou qui fragiliseraient le résultat final.

Les formes réalisées par Francesco de Comitè (voir les encadrés) ont toutes été obtenues à partir d'une unique formule traduite en programme et qui ne comporte que quelques paramètres qu'il a fait varier en exploitant le modèle mathématique présenté dans l'encadré 2. Ces paramètres géométriques sont principalement ceux qui déterminent la spirale tridimensionnelle décrite par le centre de l'opercule lors de la croissance du coquillage, auxquels il faut ajouter les paramètres de la courbe correspondant à la forme de l'opercule ainsi que quelques données pour spécifier les motifs décorant la surface du coquillage.

4

D'ARCY THOMPSON (1860-1948)

Né en 1860 d'un père professeur de grec au Queen's College de Galway, en Irlande, D'Arcy Wentworth Thompson était marin et naturaliste, en même temps qu'un fin helléniste, un bon géomètre et un physicien expert.

Il a occupé durant trente-deux ans le poste de professeur d'histoire naturelle à l'université Saint-Andrews, à Dundee, en Écosse. Il a été élu Fellow de la Royal Society en 1916, puis anobli en 1937 et récompensé de la médaille Darwin en 1946. C'était un remarquable orateur qui avait un don exceptionnel pour les langues.

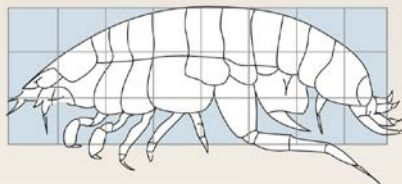
Son livre *On Growth and Form*, paru en 1917, et dont la seconde édition en 1942 était encore plus volumineuse, développait ce qu'on dénomme aujourd'hui les biomathématiques

(voir les sites <https://archive.org/details/ongrowthform00thom> et www.ongrowthandform.org).

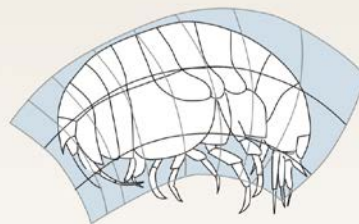
Sa théorie des transformations, dont il donna une version pratique illustrée par des images qui parlent d'elles-mêmes, est un outil maintenant formalisé pour étudier et comprendre les formes et leurs liens (voir l'article d'Yves Bouligand, « D'Arcy Thompson et la logique des formes », *Dossier Pour la Science* n° 44, pp. 4-9, juillet-septembre 2004).

Certains animaux semblent ainsi avoir des formes très différentes. On comprend qu'en réalité, ils sont proches, car une simple transformation géométrique permet de passer de l'un à l'autre. L'analogie est rendue visuellement évidente par la superposition d'un quadrillage sur les figures, comme ci-dessous.

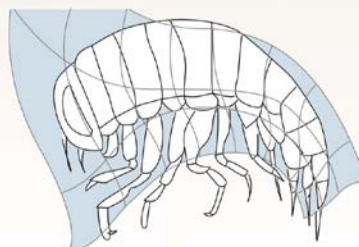
Harpinia plumosa



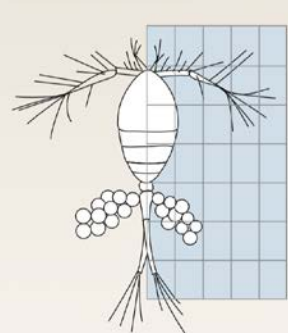
Stegocephalus inflatus



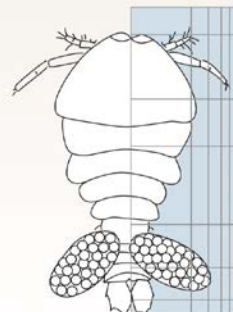
Hyperia galba



Oithona nana



Sapphirina

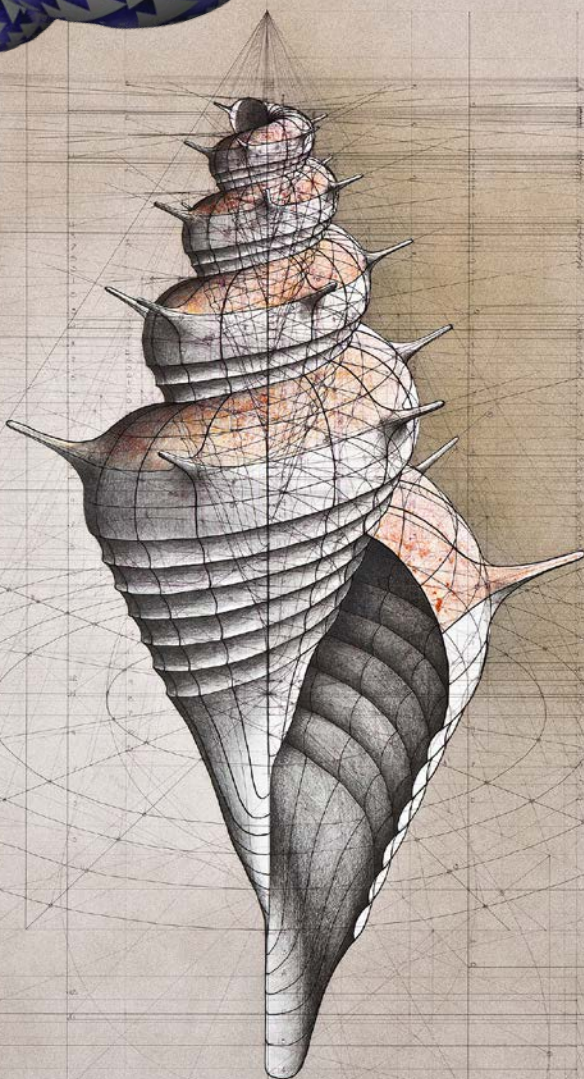
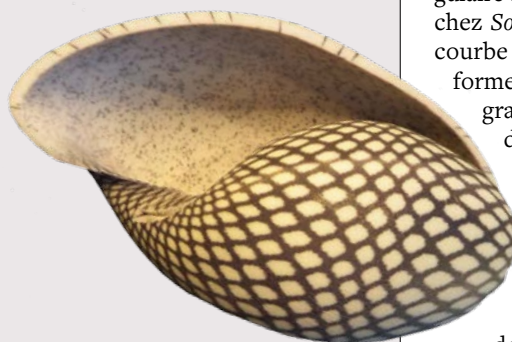


COQUILLAGES IMAGINAIRES
ET MUREX

5

Avec un programme général, Francesco De Comit   a su jouer avec les paramètres pour produire des coquillages imaginaires. Toutefois, rien n'est simple dans le monde vivant et c'est vrai même dans celui, réduit,

des coquillages. Les murex et leur famille, coquillages munis d'élégantes piques, superbement dessinés par l'artiste vénézuélien Rafael Araujo, échappent au modèle élaboré actuellement.



Pour ce qui est de la forme de l'opercule, le passage suivant montre que D'Arcy Thompson avait non seulement compris le principe abstrait de la construction, mais que son   il expert de naturaliste savait identifier les paramètres qui caractérisent une espèce de coquillage :

« La courbe génératrice [de l'opercule] adopte des formes très variées. Elle est circulaire chez *Scalaria*, *Cyclostoma* et *Spirula* ; on peut la considérer comme une portion de cercle chez *Natica* ou *Planorbis*. Elle est triangulaire chez *Conus* ou *Thatcheria*, et rhomboïde chez *Solarium* ou *Potamides*. Très souvent, la courbe génératrice adopte plus ou moins la forme d'une ellipse : chez *Oliva* et *Cypraea*, le grand axe de l'ellipse est parallèle à celui de la coquille ; [...] et dans de nombreux cas bien document  s, tels que *Stomatella*, *Lamellaria*, *Sigaretus haliotides* et *Haliotis*, le grand axe de l'ellipse est oblique par rapport à celui de la coquille. Cette courbe génératrice devient presque une demi-ellipse chez *Nautilus pompilius* et un peu plus qu'une demi-ellipse chez *Nautilus umbilicatus*, le grand axe étant dans les deux cas perpendiculaire à l'axe de la coquille. La forme de la courbe ne se prête que rarement à une expression mathématique simple. [...] Chez certaines ammonites, celles du groupe '*Cordati*', [...] la courbe génératrice correspond presque exactement à une cardioïde d'équation $r = a(1 + \cos \theta)$. »

DIFFICULTÉS INFORMATIQUES
ET DESSINS DE SURFACE

Pour disposer d'une définition mathématique que l'imprimante 3D comprenne, il faut non seulement s'occuper de définir la surface externe du coquillage, mais aussi sa surface interne, qui est du même type. Il faut lier les deux surfaces en opérant de telle manière que le volume délimité soit sans trou, jamais trop fin et n'exigeant pas une précision dans les détails supérieure à celle fournie par l'imprimante.

Cette construction du volume demande donc un travail qui ne se réduit pas à écrire les formules proposées par l'analyse géométrique décrite dans l'encadré 2. En utilisant une méthode classique, Francesco De Comit   obtient la solution en transformant les surfaces en un très grand nombre de triangles attachés, triangles qui lui sont aussi utiles pour colorier la surface. La taille du programme, une fois débarrassé des commentaires et réduit à l'essentiel, est de 4000 caractères (ou octets), soit une grande page environ.

Au-delà de la forme des coquillages, qui est assez bien maîtrisée, un second défi se présente au modélisateur, celui des motifs colorés à la surface des coquillages.