



briques d'argile nécessaires pour édifier un mur? Combien de jours-homme représentait un bâtiment? Pour répondre, ce sont les textes pédagogiques destinés à la formation des fonctionnaires aux mathématiques et aux méthodes de mesure qui sont utiles. Ils contiennent en effet de nombreux ordres de grandeur, tout particulièrement s'agissant des temps nécessaires pour accomplir les tâches.

Ces tablettes sont postérieures de deux à cinq siècles aux sources du  $\text{xx}^{\text{e}}$  siècle avant notre ère que nous mentionnions plus haut. Pour autant, il nous semble peu probable que la quantité de travail qu'effectuait un ouvrier en un jour ait beaucoup changé en ces quelques siècles. Si l'on s'en tient aux connaissances actuelles, aucune innovation technique n'est intervenue qui aurait entraîné une utilisation plus efficace de la main-d'œuvre. Il existe en outre de nombreuses indications que les problèmes mathématiques traités dans les manuels d'apprentissage, où figurent les ordres de grandeur en question, ont été mis au point très tôt; ils auraient même été déjà pertinents bien avant le  $\text{xx}^{\text{e}}$  siècle.

En 1999, Eleanor Robson, assyriologue à l'université de Cambridge, a utilisé ces textes pédagogiques pour déterminer le temps nécessaire à la production des briques de terre crue. La matière première, un mélange de loess et de sable, était disponible en abondance en Mésopotamie. Tandis que le loess lie les grains de sable, ces derniers supportent la charge. Quand la terre contenait trop de loess, on y ajoutait plus de sable, ainsi que des roseaux ou de la paille hachés.

Dans les textes d'apprentissage, on lit que le quota d'un ouvrier travaillant dans la fosse d'argile était de 20. Étant donné le système sexagésimal employé à l'époque babylonienne, cette spécification doit s'interpréter comme 20/60, c'est-à-dire  $1/3$ . Aucune unité de mesure n'est mentionnée, mais les experts s'accordent à dire que ce tiers se rapporte à l'unité usuelle de volume, à savoir le *sar*. Un *sar* serait égal à 12 coudées  $\times$  12 coudées  $\times$  1 coudée.

Sachant qu'une coudée mésopotamienne mesurait environ 0,5 mètre, un *sar* représentait donc à peu près  $6 \times 6 \times 0,5 = 18$  mètres cubes. Un ouvrier travaillant dans la fosse à argile devait donc, d'après son quota, excaver  $18/3$ , soit de l'ordre de 6 mètres cubes de matière première par jour. Sans doute accomplissait-il ce labeur aux heures fraîches du matin et du soir, comme c'est toujours le cas aujourd'hui dans cette région.

La réalisation du mélange d'eau, de paille hachée et de sable prenait deux fois plus de temps, donc deux jours; enfin, l'ouvrier en question passait une autre journée à façonner les briques et à les mettre à sécher. Il est possible que d'autres personnes que les ouvriers terrassiers aient été chargées de disposer les briques au soleil, puis de les retourner encore et encore afin qu'elles sèchent uniformément. Bien que ce poste ne soit nulle part mentionné explicitement, il était probablement inclus dans le total des coûts de production. On estime donc que la production de briques représentait un travail de  $4/6 = 2/3$  jour-homme par mètre cube de briques.

## UNE MATIÈRE PREMIÈRE PRESQUE GRATUITE

Comme la terre argileuse était présente et disponible presque partout en Mésopotamie, la matière première ne coûtait pratiquement rien. Il en va très différemment de la nourriture et des salaires. Les registres salariaux des grands chantiers de construction énumèrent ces dépenses salariales en détail, qui reflètent des hiérarchies et des compétences diverses. Les producteurs de briques – toujours des hommes – touchaient un salaire quotidien de 5 à 6 kilogrammes d'orge ou plutôt de 5 à 6 litres, puisqu'à l'époque on mesurait les céréales plutôt en volume. Cela correspond à la rémunération quotidienne typique de journaliers et d'autres travailleurs embauchés à durée déterminée. On employait aussi des femmes pour certaines tâches, mais elles ne recevaient généralement que 3 litres de grain. Les employés permanents, qui devaient donc être entretenus à l'année, avaient des salaires journaliers inférieurs.

Compte tenu des durées estimées plus haut, nous estimons que le mètre cube de briques coûtait un salaire d'au moins 4 litres d'orge. Notons que la production des végétaux hachés et leur mélange à la terre avaient aussi un coût, mais les textes n'indiquent rien à ce propos. Les chercheurs partent du principe que la valeur de cette partie du travail de production de briques équivaut à 1 litre d'orge environ.

Les tablettes d'apprentissage des scribes ne livrent aucune information sur la sustentation des travailleurs du chantier de construction. Heureusement, les textes dits de Garshana comportent de tels renseignements. Les tablettes correspondantes ont été probablement mises au

**Produire des briques demandait environ  $2/3$  jour-homme par mètre cube**

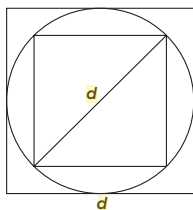
## ALGÈBRE ET GÉOMÉTRIE SUR TABLETTES D'ARGILE

**O**n attribue la formule reliant l'hypoténuse aux deux autres côtés d'un triangle rectangle à Pythagore, au <sup>vi</sup><sup>e</sup> siècle avant notre ère. Mais les mathématiciens babyloniens, 1300 ans auparavant, avaient déjà utilisé une version de ce théorème.

Ces derniers savaient aussi calculer de façon approchée une racine carrée, suivant une méthode que nous attribuons à Héron d'Alexandrie (<sup>i</sup><sup>er</sup> siècle de notre ère). Ainsi, on peut lire sur la tablette d'un apprenti que l'approximation à 5 décimales de  $\sqrt{2}$  vaut 1,24.51.10 en système sexagésimal (le système de numération de base 60), c'est-à-dire :

$1 + 24 \times 60^{-1} + 51 \times 60^{-2} + 10 \times 60^{-3}$ ,  
ce qui fait bien, dans le système décimal, 1,41421...

Devant une telle précision, on s'étonne que l'aire d'un cercle ( $\pi r^2$  où  $r$  est le rayon du cercle) ait été calculée par les Mésopotamiens par la formule  $3r^2$  plutôt qu'à l'aide d'une valeur approchée de  $\pi$  comme 3,1415. Cela suggère que les mathématiciens mésopotamiens considéraient que cette aire était égale à la valeur moyenne des aires des carrés circonscrit et inscrit.



En effet, tandis que l'aire du carré circonscrit est  $d^2$ , où  $d$  est le diamètre du cercle, le carré inscrit a pour aire  $d^2/2$ ; la moyenne de ces deux quantités,



Cette tablette inscrite en cunéiforme, conservée au British Museum, traite de la construction de certaines figures géométriques.

c'est-à-dire  $(d^2 + d^2/2)/2$ , vaut bien  $3d^2/4$ , soit  $3(d/2)^2$  ou encore  $3r^2$ .

Les scribes mésopotamiens étaient aussi capables de calculer les aires de figures compliquées. Un exemple impressionnant de ce savoir-faire est fourni par une tablette conservée au British Museum (*ci-dessus*). Son texte décrit la construction de certaines figures sans indiquer comment les calculer, mais il n'y

soit  $1/3$ , comme l'approximation babylonienne de  $1/\pi$ , et par ailleurs 5, c'est-à-dire  $5/60 = 1/12$ , comme l'approximation babylonienne de  $1/(4\pi)$ . Or ces facteurs permettent de calculer, à partir de la circonférence  $C$  du cercle, son diamètre  $d = C/\pi$  et son aire  $S = C^2/(4\pi)$ .

On trouve aussi mentionnés sur la tablette les charges de travail représentées par certaines tâches, tout à fait comparables aux ordres de grandeur qui nous aident aujourd'hui à estimer des coûts de construction.

Les plus anciennes traces de mathématiques mésopotamiennes sont inscrites en protocunéiforme sur des tablettes de la ville d'Uruk datant du <sup>iv</sup><sup>e</sup> millénaire avant notre ère. Un scribe y calcula la superficie de champs à partir de rectangles et de quadrilatères irréguliers. Les Mésopotamiens calculaient leurs aires de façon approchée par des produits des valeurs moyennes des longueurs de côtés opposés, exactement comme procéderont les Romains quelque 3000 ans plus tard.

Même les abstractions n'étaient pas étrangères aux mathématiciens de Babylone. Ainsi, sur la tablette reproduite ci-dessus, l'un d'eux s'est servi d'étapes de pensée pour résoudre un système de deux inconnues composé d'une équation du deuxième degré et d'une équation du premier degré. Elle contient la solution complète du système d'équations ( $x^2 + y^2 = a$ ;  $y = x + b$ ) dans le cas concret où

### Les plus anciennes traces de mathématiques mésopotamiennes sont sur des tablettes du IV<sup>e</sup> millénaire

à aucun doute sur le fait que l'exercice correspondant a bien été résolu.

Dans la pratique quotidienne, les érudits employaient des listes qui avaient à peu près la fonction de nos tables numériques modernes. Ils contenaient toutes sortes de nombres utiles à la géométrie, aux techniques et à l'administration.

On y trouve par exemple des mentions du genre «20: diamètre du cercle» et «5: paramètre du cercle». Il faut ici entendre le chiffre sexagésimal 20/60,