

contemporains de Montucla, il s'en trouvait sans doute bien peu pour admettre la possibilité d'un tel arrêt. Sa conclusion fut pourtant reprise au siècle suivant, fondée sur une vitesse qui deviendrait imaginaire si P dépassait O . Mais cet argument avait déjà servi à soutenir la solution d'Euler et, de toute façon, cette vitesse imaginaire était illusoire car les calculs étaient faux !

UN TROU NOIR PONCTUEL

Le débat théorique évoqué ici est resté marginal, car le mouvement gravitationnel rectiligne, sans application en astronomie, ne semble pas avoir beaucoup préoccupé les auteurs d'ouvrages sur la mécanique, et moins encore le problème posé par la chute jusqu'au centre d'attraction. Aussi le fin mot de l'affaire ne sera-t-il que tardivement révélé, au moins par Paul Painlevé au premier tome de son *Cours de mécanique professé à l'École polytechnique*, publié en 1930.

À propos du mobile ponctuel parvenu au centre d'attraction avec une vitesse infinie, il se contente de noter qu'après cet événement, « la discussion ne peut être poursuivie ». Ici, aucune tentative de justifier mathématiquement l'arrêt du mouvement au centre d'attraction, comme ce fut le cas, en particulier, de la part de Montucla qui semble avoir eu raison avant tout le monde. L'arrêt du mobile est inhérent à la théorie même. Painlevé déclare simplement qu'après l'arrivée du mobile au centre d'attraction, la mécanique rationnelle n'a plus rien à dire. En ce qui la concerne, le mouvement du mobile s'arrête nécessairement là, et toutes les spéculations au sujet de ce mouvement après cet événement sont dépourvues de valeur scientifique.

Euler et D'Alembert n'avaient pas prévu un tel dénouement, mais il faut reconnaître que même jusqu'à l'époque de Painlevé, après deux siècles de mécanique newtonienne triomphante, seulement tempérés par les succès de la théorie de la relativité au début du xx^e siècle, cet aveu d'impuissance à prédire ce qu'il adviendrait du mobile une fois le centre atteint n'était pas facilement envisageable.

La cause précise de l'échec de la mécanique à prédire ce qu'il adviendra au centre d'attraction réside en ce qu'elle interdit que la trajectoire d'un point matériel passe par un point où sa vitesse et la force qui le sollicite ne seraient pas dûment définies, ce qui exclut d'éventuelles valeurs infinies. Tout simplement parce que de telles données imparfaites en ce point ne constituent pas des conditions initiales exploitables pour déterminer le comportement ultérieur du mobile. Cela dit, l'efficacité de la mécanique rationnelle n'est pas en cause. L'objection de Paul Appell rapportée plus haut revient à dire que la « délicate question » posée

au départ n'est pas pertinente du point de vue de la mécanique rationnelle. En effet, avec l'abstraction d'un point où rien n'existe et qui exerce pourtant une force attractive sur les corps matériels, le cadre du problème s'écarte délibérément du monde réel où doit opérer cette théorie. Dans ce cadre fictif, le centre d'attraction est une singularité qui, pendant

Euler et D'Alembert n'avaient pas prévu un tel dénouement

longtemps, n'a guère troublé les théoriciens, mais qui sort du champ opératoire de la mécanique rationnelle. Pour elle, le mouvement du point matériel en chute libre doit nécessairement s'arrêter en ce point singulier qui se comporte alors comme une sorte de trou noir ponctuel, avec « absorption » finale et définitive du mobile par cette singularité.

Un tel trou noir purement mathématique semble bien éloigné des trous noirs dont s'occupe l'astrophysique moderne et dont l'existence, dans le cadre de la mécanique newtonienne, avait déjà été prévue au $xviii^e$ siècle, en particulier par Laplace au second tome de son *Exposition du système du monde* (1796). Ces trous noirs sont généralement de dimension non négligeable, comme ceux d'origine stellaire. Ils peuvent même être gigantesques, comme les trous noirs supermassifs dont l'existence est soupçonnée au cœur des galaxies. Mais l'astrophysique envisage aussi la possibilité de trous noirs quasi ponctuels, comme les microtrous noirs primordiaux aux propriétés quantiques qui seraient apparus aux premiers instants de l'Univers.

En fait, la principale différence réside dans la façon d'appréhender ces singularités. Le point matériel, parvenu au centre d'attraction sur lequel il s'est précipité avec une vitesse infinie, y subit une sorte de mort mathématique. Les savants du $xviii^e$ siècle ignoraient qu'en prédisant son mouvement au-delà, ils lui inventaient une vie après la mort. Aujourd'hui, que les trous noirs rencontrés soient gigantesques ou ponctuels, les scientifiques sont conscients des limites de leurs théories. Et si certains cherchent à savoir ce qui survient au cœur d'un trou noir ou à la naissance de l'Univers, c'est en invoquant de nouvelles théories. ■

BIBLIOGRAPHIE

J. Le Rond D'Alembert, **Opuscules mathématiques (tome VII)**, 1780.
gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k62457r/f113

L. Euler, **Mechanica (tome I)**, 1736.
<http://eulerarchive.maa.org/pages/E015.html>

P.-S. Laplace, **Traité de Mécanique céleste (tome I)**, 1799.
gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b8615811x.image