

CE MAGAZINE VOUS PLAÎT ?

OFFRE
1 AN

ABONNEZ-VOUS À POUR LA SCIENCE

3 FORMULES
AU CHOIX

	FORMULE PAPIER	FORMULE PAPIER + HORS-SÉRIE	FORMULE INTÉGRALE
Le magazine papier (12 numéros par an)	✓	✓	✓
Le Hors-Série papier (4 numéros par an)		✓	✓
L'accès en ligne illimité www.pourlascience.fr			✓
L'édition numérique du magazine (12 numéros par an)			✓
L'édition numérique du Hors-Série (4 numéros par an)			✓
L'accès aux archives numériques depuis 1996			✓
VOTRE TARIF D'ABONNEMENT	59 € Au lieu de 82,80 €	79 € Au lieu de 114,40 €	99 € Au lieu de 174,40 €
VOTRE RÉDUCTION*	- 29 %	- 31 %	- 43 %

BULLETIN D'ABONNEMENT

À renvoyer accompagné de votre règlement à :

Pour la Science – Service abonnements – 19 rue de l'Industrie – BP 90053 – 67402 Illkirch Cedex – email : pourlascience@abopress.fr

PAG18STD

☒ **OUI, je m'abonne
pour 1 an à
POUR LA
SCIENCE**

1 / JE CHOISIS MA FORMULE (merci de cocher)

- ☐ **FORMULE
INTÉGRALE**
 • 12 n° du magazine papier
 • 4 Hors-Séries papier
 • Accès illimité aux contenus en ligne
99 €
 Au lieu de ~~174,40 €~~
- ☐ **FORMULE PAPIER
+ HORS-SÉRIE**
 • 12 n° du magazine papier
 • 4 Hors-Séries papier
79 €
 Au lieu de ~~114,40 €~~
- ☐ **FORMULE
PAPIER**
 • 12 n° du magazine papier
59 €
 Au lieu de ~~82,80 €~~

* Par rapport au prix de vente en kiosque, l'accès numérique aux archives. Délai de livraison : dans le mois suivant l'enregistrement de votre règlement. Offre réservée aux nouveaux abonnés, valable jusqu'au 31/12/2018 en France métropolitaine uniquement. Pour un abonnement à l'étranger, merci de consulter boutique.pourlascience.fr. Conformément à la loi « Informatique et libertés » du 6 janvier 1978, vous disposez d'un droit d'accès et de rectification aux données vous concernant en adressant un courrier à *Pour la Science*. Photos non contractuelles.

2 / J'INDIQUE MES COORDONNÉES

☐ M. ☐ Mme

Nom : Prénom :

Adresse :

Code postal : Ville :

Téléphone :

Email : (indispensable pour la formule intégrale)

.....@.....

J'accepte de recevoir les informations de Pour la Science
et de ses partenaires

☐ OUI ☐ NON
☐ OUI ☐ NON

3 / JE CHOISIS MON MODE DE RÈGLEMENT

- ☐ Par chèque à l'ordre de Pour la Science
☐ Carte bancaire

Numéro :

Date d'expiration : Clé (les 3 chiffres au dos de votre CB) :

Signature obligatoire :

Groupe Pour la Science – Siège social : 170 bis, boulevard du Montparnasse, CS20012, 75680 Paris Cedex 14 – Sarl au capital de 32 000 € – RCS Paris B 311 797 393 – Siret : 311 797 393 000 23 – APE 5814 Z



PLUS SIMPLE, PLUS RAPIDE
ABONNEZ-VOUS SUR BOUTIQUE.POURLASCIENCE.FR

R

ENDEZ-VOUS

P. 80 Logique & calcul
 P. 86 Art & science
 P. 88 Idées de physique
 P. 92 Chroniques de l'évolution
 P. 96 Science & gastronomie
 P. 98 À picorer

CES GRILLES DE TIGES ARTICULÉES SONT-ELLES RIGIDES?

Comment savoir si un assemblage plan de tiges articulées est déformable ou rigide? En appelant à la rescousse la théorie des graphes, qui fournit des algorithmes efficaces.

L'AUTEUR



JEAN-PAUL DELAHAYE
 professeur émérite
 à l'université de Lille
 et chercheur au Centre
 de recherche en
 informatique, signal
 et automatique de Lille
 (Cristal)

Pour éviter qu'une chaise ne s'écroule quand on s'y assied, on consolide les angles où se rejoignent les pieds et les barres délimitant la surface horizontale du siège. Il est prudent aussi d'ajouter quelques barreaux transversaux. Le problème de la rigidité prend une forme plus générale avec un échafaudage complexe (comme la Tour Eiffel) fait de tiges attachées par leurs extrémités. Les mathématiciens se sont intéressés à cette question et l'ont résolue en déterminant où et comment placer un minimum de barres transversales pour rigidifier un ensemble de tiges articulées.

Des exemples simples du problème constituent déjà de petites énigmes amusantes à laquelle nous vous invitons à réfléchir quelques secondes en observant l'encadré 1.

Imaginons un réseau de barres placées dans un plan dont elles ne peuvent s'échapper, toutes de la même longueur et attachées par leurs extrémités. Sur le schéma *b*, nous avons représenté un réseau formant un rectangle 2×3 où quelques tringles obliques, des diagonales, ont été ajoutées. Parmi les six assemblages de tringles figurés, certains rendent rigide l'assemblage, d'autres non. Saurez-vous identifier les assemblages rigides? Saurez-vous aussi déterminer si le réseau *c* est rigide ou non? Comment formulerez-vous vos arguments? Autre question: combien faut-il au minimum de tringles transversales pour rigidifier un réseau rectangulaire de ce type ayant *a* carrés de haut et *b* carrés de large?

Bien sûr, une méthode pour découvrir la solution à ce type de problèmes consiste à prendre son Meccano, à fabriquer les structures et à les secouer! L'encadré 2 montre quelles structures de l'encadré 1 se déforment. Mais ce n'est guère satisfaisant et nous imaginons qu'un raisonnement doit donner la réponse sans nous obliger à prendre un tournevis.

Une idée naturelle, mais fausse, est de croire que, s'il y a au moins une tringle oblique dans chaque colonne et dans chaque ligne, alors la structure sera rigide. On verra plus loin qu'il peut même y avoir deux tringles obliques dans chaque ligne et dans chaque colonne, et que pourtant l'assemblage se déforme.

REGROUPEZ LES BARRES NÉCESSAIREMENT PARALLÈLES

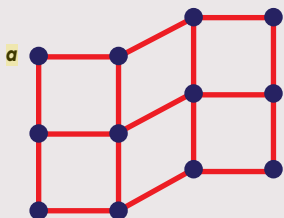
Découvrir la solution générale à ces problèmes de grilles rigides demande qu'on réfléchisse aux contraintes de parallélisme qui s'imposent aux barres du réseau. Considérons un réseau composé de 16 carrés comme celui de l'encadré 3, dessin *a*. La mécanique de l'assemblage indique qu'il existe 8 séries de cinq tringles telles que, dans chaque série, toutes les barres sont nécessairement parallèles, qu'on y ait ajouté des tringles obliques ou qu'il n'y en ait pas. En effet, quand le réseau se déforme, les carrés restent des carrés ou deviennent des losanges (quatre côtés égaux) et donc des parallélogrammes. Cela signifie que leurs côtés opposés sont et seront toujours parallèles. De proche en proche, dans une même ligne ou une même colonne, ces contraintes de parallélisme



Jean-Paul Delahaye a récemment publié: **Les Mathématiciens se plient au jeu**, une sélection de ses chroniques parues dans *Pour la Science* (Belin, 2017).

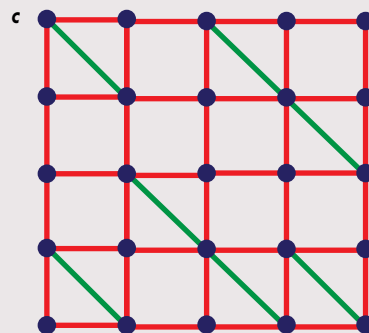
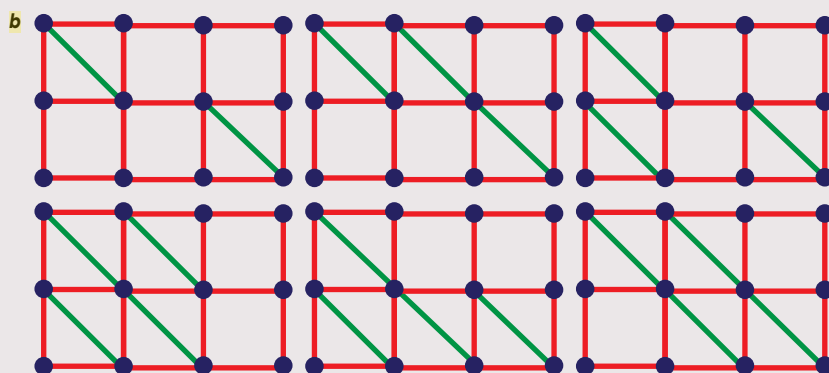
DÉFORMABLES OU RIGIDES ?

1



On considère des grilles faites de barres de même longueur attachées aux points de jonction. Les articulations (en bleu foncé) étant souples, une telle grille peut se déformer (a). On suppose toutefois que toutes les barres restent dans un même plan. Afin de rendre la grille rigide, on a ajouté des tringles obliques (en vert). Pour certains

assemblages, on a ajouté suffisamment de barres vertes, pour d'autres non. Saurez-vous reconnaître quels assemblages, parmi les six dessinés en b et celui dessiné en c, sont rigides ? Pourquoi ? Quel est le nombre minimal de barres obliques qu'il faut ajouter à une grille rectangulaire de taille $p \times q$ pour qu'elle devienne rigide ?



des tringles déterminent 8 groupes de 5 tringles. L'un de ces groupes de 5 tringles toujours parallèles est figuré en rouge sur le schéma a de l'encadré 3, un autre est figuré en vert. En prenant en compte toutes ces contraintes de parallélisme, on sépare les 40 tringles en 8 groupes de 5 tringles. Ce sont, d'une part: (1) les 5 tringles en rouge au-dessus de la tringle x_1 ; (2) les 5 tringles au-dessus de x_2 ; (3) celles au-dessus de x_3 ; (4) celles au-dessus de x_4 . D'autre part, les tringles verticales se regroupent en 4 groupes de 5: (5) celles à la même hauteur que y_1 ; (6) celles à la même hauteur que y_2 ; (7) celles (en vert) à la même hauteur que y_3 ; et (8) celles à la même hauteur que y_4 .

Nous désignerons chacun de ces 8 paquets de 5 tringles par le nom de la tringle «maîtresse» du bas ou de gauche. Les 8 paquets sont donc $x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3$ et y_4 .

Remarquons maintenant qu'à chaque fois qu'on introduit 1 tringle transversale, on contraint 2 tringles de paquets différents à être orthogonales, et donc toutes les tringles d'un paquet à être orthogonales à toutes les tringles d'un autre paquet. Par exemple, en introduisant 1 tringle transversale (en gris dans le schéma a de l'encadré 3) dans la colonne x_1 et dans la ligne y_3 , on oblige les 5 tringles de x_1 (en rouge) à rester orthogonales aux 5 tringles de y_3 (en vert).

Quand plusieurs tringles transversales sont insérées dans le réseau, pour faire le bilan de contraintes d'orthogonalité créées, il est utile de dessiner un graphe dont les nœuds sont les huit groupes $x_1, x_2, x_3, x_4, y_1, y_2, y_3, y_4$ et dont les arcs sont ceux correspondants aux tringles >

LA RÉPONSE PAR LE BRICOLAGE

2

Pour résoudre les problèmes de l'encadré ci-dessus, on peut construire les grilles en Meccano et les secouer. Reste

la question : pour rigidifier une grille quelconque, combien de barres diagonales faut-il, et comment les placer ?

