

associée à d'autres aliments, car il faut encore, selon Magendie, exécuter des expériences directes sur l'homme. Magendie promet un second rapport pour combler cette lacune – qu'il ne réalisera pourtant jamais. Souhaite-t-il éviter ainsi la condamnation définitive de la gélatine pour ne pas blesser son confrère d'Arcet, dont les appareils sont de toute façon déjà peu à peu mis hors service?

Le fait est que défenseurs et opposants de l'emploi alimentaire de la gélatine sont déçus de son rapport. Tous attendaient le jugement définitif de l'Académie, et on leur promet à présent un autre rapport, après une nouvelle série d'expériences. En 1842, le ministre de l'Intérieur sollicite l'appréciation de l'Institut des Pays-Bas. En Hollande, on emploie la gélatine depuis le début du siècle, mais, comme en France, le pays est partagé entre défenseurs et opposants, dont les membres de l'Institut qui rédigent le rapport. Reçu en 1843, celui-ci déclare la gélatine dépourvue de toute qualité nutritive, même associée à d'autres aliments. Sa lecture à l'Académie, en 1844, agite l'assemblée: des protestations se lèvent contre le ministre pour avoir sollicité le jugement d'une institution étrangère, et contre la commission, qui n'a pas terminé son second rapport. Magendie démissionne. D'Arcet, souffrant, écrit une lettre pour s'opposer à ce dernier verdict et rassurer les consommateurs. Il meurt un peu plus tard.

REBONDISSEMENT

Les événements de 1844 marquent la fin de la discussion sur la gélatine extraite des os. Cependant, certains établissements continuent à préparer du bouillon gélatineux. C'est ainsi qu'en 1849, le ministre de l'Instruction publique demande à l'Académie de médecine de se prononcer sur la mise en fonction d'un appareil installé dans les hospices de Toulouse. Les médecins désapprouvent le projet.

Malgré cette résolution, la gélatine à usage alimentaire redevient d'actualité lors du siège de Paris, en 1870. Un mois après la capitulation de Paris face aux Prussiens, Jean-Baptiste Dumas, d'abord, puis son confrère Edmond Frémy proposent à l'Académie des sciences d'utiliser de l'osséine dans l'alimentation des Parisiens. L'osséine est la matière organique insoluble des os extraite au moyen de l'acide. Si l'on continue l'opération et soumet l'osséine à l'action de l'eau bouillante, on obtient la gélatine. On faisait entrer l'osséine dans la nourriture après pulvérisation. Pour Frémy, non seulement l'osséine mais aussi la gélatine sont nutritives quand elles sont associées à d'autres aliments.

En présence de Dumas et Chevreul, Frémy entame une discussion avec l'objectif de réhabiliter tant la gélatine que la mémoire de d'Arcet, d'autant que sa veuve assiste à cette

séance. Chevreul relate certains épisodes du débat et défend les conclusions de Magendie. Frémy, de son côté, célèbre en d'Arcet un inventeur bienfaiteur de l'humanité. Au début des années 1870, trois fabriques sont ainsi établies à Paris pour produire de l'osséine... Après la guerre franco-prussienne, cependant, la disette s'estompe peu à peu et, avec elle, disparaissent les discussions autour de l'emploi de la gélatine osseuse comme aliment.

Les péripéties de cette controverse et sa durée révèlent toute la complexité de la situation. D'une part, la commission s'est trouvée coincée entre une opinion publique hostile à la gélatine (en particulier les médecins) et un problème réel de combler la carence alimentaire. D'autre part, certains académiciens avaient sans doute aussi la volonté de soutenir leur confrère industriel et, de ce fait, une branche de l'industrie qui risquait de disparaître, laissant au chômage des milliers d'employés. Au cours d'une discussion à l'Académie des sciences, en 1838, son secrétaire perpétuel, François Arago, prenant parti pour d'Arcet, affirma ainsi en toute franchise «qu'il n'hésitera jamais, dans les limites du droit, de la justice et de la vérité, à rendre à ses confrères tous les services qui pourront dépendre de lui.» Il est clair que les notions actuelles d'éthique scientifique ne sont pas applicables à celles des années 1830. Enfin, la science de l'époque elle-même brouillait les pistes: les chimistes – acteurs principaux de l'industrie et de la vie académique – étaient convaincus que la gélatine ne pouvait qu'être nutritive en raison de son contenu en azote, et l'on ignorait encore le mécanisme de la nutrition. La notion de métabolisme restait à venir.

En fin de compte, le travail de la commission académique a été positif. Il a éclairci une évidence trompeuse et résolu la controverse d'un point de vue scientifique. Il a aussi fait progresser la science de la nutrition et enrichi la chimie de nouvelles découvertes. Surtout, malgré les pressions des défenseurs de la gélatine, il a été mené selon des critères scientifiques. Devant les interrogations que suscitait la nutrition elle-même, Magendie n'a pas hésité à reprendre à zéro les expériences sur la gélatine, quitte à allonger la durée de l'étude et à étendre son champ d'investigation.

Aujourd'hui, le paysage des controverses scientifiques (perturbateurs endocriniens, pesticides, additifs alimentaires, scandales médicamenteux...) est plus compliqué, car il dépasse en général les frontières et subit des pressions plus nombreuses et puissantes. Toujours et mieux qu'hier, les scientifiques ont un rôle clé à jouer pour répondre rationnellement aux questions soulevées dans ces controverses et aider les citoyens à faire la part des choses entre science et politique. ■

BIBLIOGRAPHIE

F. Papadopolou, **Le problème physiologique de la nutrition et ses enjeux**, Hermann, 2018.

C. Lieffroy, **Une nouvelle branche d'industrie : l'art d'extraire la gélatine des os dans la première moitié du XIX^e siècle**, *Documents pour l'histoire des techniques*, n° 14, pp. 37-48, 2007.

C. Viel et J. Fournier, **Histoire des procédés d'extraction de la gélatine et débats des commissions académiques (XIX^e siècle)**, *Revue d'histoire de la pharmacie*, n° 349, pp. 7-28, 2006.

R

ENDEZ-VOUS

P. 80 Logique & calcul
P. 86 Art & science
P. 88 Idées de physique
P. 92 Chroniques de l'évolution
P. 96 Science & gastronomie
P. 98 À picorer

RANGER AU MIEUX DES CARRÉS, DES CERCLES...

Disposer des formes géométriques identiques dans le plus petit espace possible: les problèmes de ce type attirent non seulement les amateurs de récréations mathématiques, mais aussi des chercheurs de métier.

L'AUTEUR



JEAN-PAUL DELAHAYE
professeur émérite
à l'université de Lille
et chercheur au Centre
de recherche en
informatique, signal
et automatique de Lille
(Cristal)



Jean-Paul Delahaye a récemment publié: **Les Mathématiciens se plient au jeu**, une sélection de ses chroniques parues dans *Pour la Science* (Belin, 2017).

Ranger 9 carrés de côté 1 dans un carré aussi petit que possible est facile: il faut un carré de côté 3, et on ne peut évidemment pas placer les 9 carrés unitaires dans un carré de côté plus petit.

Pour faire tenir 8 carrés unitaires, faut-il un carré de côté 3, ou le pourrait-on avec un carré plus petit? Si oui, quel est le plus petit carré permettant ce rangement? Et si l'on souhaite ranger 7 carrés, ou 6, ou 5, faut-il toujours un carré de côté 3?

La réponse est que pour placer 8 carrés unitaires, on doit utiliser un carré de côté 3, et que c'est encore vrai pour 7 ou 6 carrés unitaires. En revanche, pour 5 carrés unitaires, il suffit d'un carré de côté $2+1/\sqrt{2}=2,707...$, et l'on a démontré qu'on ne peut pas faire mieux.

Les dessins de l'encadré ci-contre énumèrent les résultats connus aujourd'hui jusqu'à l'entier 26. La valeur du paramètre s indiquée sous chaque rangement est la longueur du côté du grand carré où ont été placés les carrés unitaires. Pour 12, 13, 16, 20, 21, 22, 23, les dessins (non représentés) sont faciles à deviner et correspondent aux rangements en lignes de carrés côte à côte. On remarquera qu'il y a deux sortes de résultats: ceux connus avec certitude, une démonstration ayant prouvé qu'on ne peut pas utiliser un carré de

côté plus petit, et ceux qui sont simplement des records: on n'a pas trouvé mieux aujourd'hui, mais on n'a pas prouvé que le résultat était optimal.

Une page internet mise en place par Erich Friedman, de l'université Stetson, en Floride, donne les résultats connus pour d'autres valeurs de n (<https://www2.stetson.edu/~efriedma/squinsqu/>).

Pour parler simplement de cette famille de problèmes, on introduit la notation suivante: pour tout entier n , on note $s(n)$ la longueur du côté du plus petit carré permettant de ranger sans chevauchement n carrés unitaires. Quand le dessin représenté est démontré optimal, on a une égalité; quand le dessin représenté est seulement le meilleur connu à ce jour, on a une inégalité. L'encadré 1 se résume alors à une série d'égalités et d'inégalités:

$s(1)=1$, $s(2)=s(3)=s(4)=2$, $s(5)=1+1/\sqrt{2}$,
 $s(6)=s(7)=s(8)=s(9)=3$, $s(10)=3+1/\sqrt{2}$,
 $s(11) \leq 3,877...$, **$s(12) \leq 4$** , $s(13) \leq 4$,
 $s(14)=s(15)=s(16)=4$, $s(17) \leq 4,6756$,
 $s(18) \leq (7+\sqrt{7})/2$, $s(19) \leq 3+4\sqrt{2}/3$, $s(20) \leq 5$,
 $s(21) \leq 5$, $s(22) \leq 5$, $s(23)=s(24)=s(25)=5$,
 $s(26) \leq 7/2+3/\sqrt{2}$.

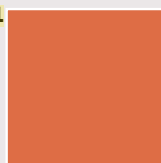
Ce type de problèmes peut sembler insignifiant et tout juste bon à amuser les amateurs de récréations mathématiques. Ce n'est pas le cas: le célèbre et prolifique mathématicien

RANGER AU MIEUX DES CARRÉS DANS UN CARRÉ

1

On se donne n carrés de côté 1 (carrés unitaires) et on cherche à les placer dans un carré le plus petit possible. Voici les résultats les meilleurs connus aujourd'hui pour n variant de 1 à 26 (s désigne la longueur du côté du carré dessiné, et l'échelle change à chaque dessin).

$n = 1$



$s = 1$
(immédiat)

2



$s = 2$
(démontré par Frits Göbel en 1979)

3



$s = 2$
(démontré par F. Göbel en 1979)

4



$s = 2$
(immédiat)

5



$s = 2 + 1/\sqrt{2} = 2,707...$
(démontré par F. Göbel en 1979)

6



$s = 3$
(démontré par Michael Kearney et Peter Shiu en 2002)

7



$s = 3$
(démontré par Erich Friedman en 1999)

8



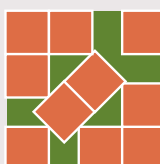
$s = 3$
(démontré par E. Friedman en 1999)

9



$s = 3$
(immédiat)

10



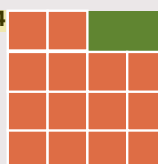
$s = 3 + 1/\sqrt{2} = 3,707...$
(démontré par Walter Stromquist en 1979)

11



$s = 3,877...$
(trouvé par Walter Trump en 1979)

14



$s = 4$
(démontré par E. Friedman en 1999)

15



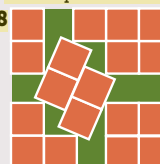
$s = 4$
(démontré par E. Friedman en 1999)

17



$s = 4,675...$
(trouvé par John Bidwell en 1997)

18



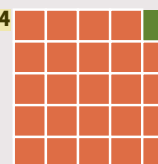
$s = (7 + \sqrt{7})/2 = 4,822...$
(trouvé par Pertti Hämäläinen en 1979)

19



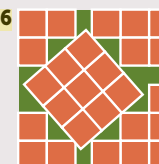
$s = 3 + 4\sqrt{2}/3 = 4,885...$
(trouvé par Robert Wainwright en 1979)

24



$s = 5$
(démontré par E. Friedman en 1999)

26



$s = 7/2 + 3/\sqrt{2} = 5,621...$
(trouvé par E. Friedman en 1997)

d'origine hongroise Paul Erdős s'y est intéressé avec son collègue Ronald Graham. En 1975, ils publièrent un article entièrement consacré à cette question des rangements optimaux de carrés identiques dans un carré.

UNE DOUBLE INÉGALITÉ FACILE

Les premiers résultats généraux concernant ces rangements sont faciles: $s(n^2) = n$ et $\sqrt{n} \leq s(n) \leq \lceil \sqrt{n} \rceil + 1$, où $\lceil x \rceil$ représente la partie entière de x , c'est-à-dire le plus grand entier inférieur ou égal à x (par exemple, $\lceil 3,14 \rceil = 3$). La double inégalité nous indique ainsi que $10 \leq s(105) \leq 11$, car $\sqrt{105} = 10,2469...$

L'affirmation $s(n^2) = n$ est facile: quand on veut placer n^2 carrés unitaires dans un carré, il faut, pour des raisons d'aire, au moins un carré de côté n ; on a donc $s(n^2) \geq n$. Un tel carré suffit évidemment, donc $s(n^2) = n$.

La première inégalité du second résultat provient aussi de la contrainte sur les aires: si on veut placer n carrés unitaires dans un carré de

côté r , il faut que l'aire du carré soit supérieure ou égale à n , soit $r^2 \geq n$; autrement dit, $\sqrt{n} \leq r$.

Pour la seconde inégalité, on utilise que, par définition, $\sqrt{n} < \lceil \sqrt{n} \rceil + 1$. En élevant au carré, il vient $n < (\lceil \sqrt{n} \rceil + 1)^2$. Si l'on construit des lignes de $(\lceil \sqrt{n} \rceil + 1)$ carrés unitaires serrés les uns contre les autres et qu'on empile ces lignes, on aura épuisé les n carrés unitaires avant d'avoir terminé la ligne $\lceil \sqrt{n} \rceil + 1$. Cela signifie que les n carrés unitaires tiennent dans le carré de côté $\lceil \sqrt{n} \rceil + 1$ et donc que $s(n) \leq \lceil \sqrt{n} \rceil + 1$.

LA PLACE PERDUE

Pour un nombre réel positif s donné, Paul Erdős et Ronald Graham se sont demandé combien au maximum on peut placer de carrés unitaires dans un carré de côté s , et quelle est alors la place perdue. L'aire $A(s)$ de cette place perdue est:

$$A(s) = s^2 - \text{maximum} \{n; s(n) \leq s\}.$$

Dans leur article de 1975, les deux mathématiciens ont montré par une construction >