

Le Centre aquatique de Pékin, la nuit. Il a été construit pour les jeux Olympiques de 2008.



dispositions possibles, régulières ou non, proposa une nouvelle démonstration du résultat. Sa démonstration est considérée incomplète et la preuve définitive du théorème fut donnée par le Hongrois László Tóth en 1940.

Théorème des nids d'abeilles. La façon de paver le plan par des pavés de même forme, d'aire unité et dont le périmètre soit le plus petit possible est le pavage classique du plan par des hexagones (pavage en nid d'abeilles). Pappus d'Alexandrie, au IV^e siècle de notre ère, considérait que les abeilles utilisent cette forme pour leur ruche car c'est celle qui, pour une quantité de cire donnée, est la plus économique pour renfermer une certaine quantité de miel. Pour Charles Darwin, ce sont les mécanismes de la sélection naturelle qui ont conduit les abeilles à cette solution optimale.

Le résultat mathématique est difficile à démontrer, car là encore il faut prendre en compte les réseaux irréguliers et établir qu'aucun ne peut être meilleur que le réseau hexagonal. Le théorème n'a été démontré qu'en 1999 par l'Américain Thomas Hales.

Le théorème de Kepler-Hales. La façon la plus dense de ranger des sphères dans l'espace a pour densité $\pi/3\sqrt{2} = 0,74048...$ Les marchands, par exemple, l'utilisent pour leurs étalages d'oranges ou de pommes.

Resté longtemps une conjecture sous le nom de « conjecture de Kepler », le théorème a été établi par Thomas Hales en 1998. Pour certaines parties de la démonstration, il utilisait des programmes informatiques. Comme un doute persistait sur la validité de ces travaux, on a recherché une preuve formelle, telle que chaque pas de raisonnement soit contrôlé par un assistant de preuve informatique. Le projet, intitulé Flyspeck et conduit par Thomas Hales lui-même, a abouti en 2014, en produisant cette preuve formelle considérée aujourd'hui comme satisfaisante.

La conjecture de rangement d'Ulam. Il n'existe pas de forme convexe bornée de l'espace donnant lieu à un rangement optimum moins bon en densité qu'avec la sphère.

Cette conjecture n'est pas démontrée. Il faut être attentif à ce qu'elle affirme: pour chaque forme convexe bornée de l'espace (par exemple un cube, un tétraèdre, un ballon de rugby...), on considère la façon optimale de disposer des exemplaires dans l'espace, et on affirme que la forme dont le rangement optimal est le moins bon en densité est la sphère. Le rangement optimal pour la sphère est donné par le théorème de Kepler-Hales et a une densité de $\pi/3\sqrt{2}$. La conjecture affirme donc que toute forme bornée et convexe de l'espace peut donner lieu à un rangement de densité supérieure ou égale à $\pi/3\sqrt{2}$.

Le problème de Kelvin. En 1887, lord Kelvin se demanda comment découper l'espace en bulles de même volume et en ne laissant aucun espace entre elles de telle façon que la surface de chaque bulle soit minimale (c'est l'analogue dans l'espace du problème du nid d'abeilles). Il proposa un polyèdre comportant 8 faces hexagonales et 6 faces carrées. Pendant un siècle, personne ne proposa de structure meilleure que celle de Kelvin. Mais en 1993, les physiciens Denis Weaire et Robert Phelan, du Trinity College, à Dublin, découvrirent à l'aide d'un calcul d'ordinateur une nouvelle structure composée de deux formes de même volume répondant au problème et meilleure que celle de Kelvin de 0,3%. On n'a pas encore démontré que la structure de Weaire-Phelan est optimale (voir l'encadré 5).

Pour ces problèmes de rangement, l'ordinateur est indispensable, aussi bien pour découvrir de nouvelles formes et rangements que pour assurer que les démonstrations trouvées sont correctes. Le mathématicien aura encore besoin de ce nouvel ami. ■

BIBLIOGRAPHIE

Weaire-Phelan structure, Wikipedia, consulté en 2018 (https://en.wikipedia.org/wiki/Weaire-Phelan_structure).

W. Bentz, Optimal packings of 22 and 33 unit squares in a square, prépublication arXiv:1606.03746, 2016.

E. Friedman, Packing unit squares in squares : A survey and new results, *The Electronic Journal of Combinatorics*, 2009 (<https://www2.stetson.edu/~efriedma/papers/squares/squares.html>).

M. Gardner, Mathematical Games, *Scientific American*, octobre 1979 (compléments donnés en novembre 1979, mars et novembre 1980). Repris dans : M. Gardner, *Fractal Music, Hypercards and More*, W. H. Freeman and Company, pp. 289-306, 1991.

F. Göbel, Geometrical packing and covering problems, dans *Packing and Covering in Combinatorics*, A. Schrijver (ed.), *Math. Centre Tracts*, vol. 106, pp. 179-199, 1979.

P. Erdős et R. Graham, On packing squares with equal squares, *Journal of Combinatorial Theory A*, vol. 19, pp. 119-123, 1975.

L'AUTEUR



LOÏC MANGIN
rédacteur en chef adjoint
à *Pour la Science*

ENTRER DANS LA LUMIÈRE

Platonium, œuvre en trois volets conçue pour l'année internationale de la lumière, rend hommage aux travaux scientifiques où la lumière est essentielle, qu'elle soit outil ou objet d'étude.

Lorsque l'Unesco décréta que 2015 serait l'Année internationale de la lumière et des technologies fondées sur la lumière, le CNRS a souhaité un événement à la hauteur mettant en valeur la recherche en la matière. Elle en confia la conception à l'artiste Éric Michel, qui se définit lui-même comme « passeur de lumière ». Avec Akari Lisa Ishii, de l'agence Icon, ils se sont rapprochés des laboratoires de la région lyonnaise afin de fêter dignement, et scientifiquement, la lumière. C'est ainsi que l'université de

Lyon, avec en particulier l'université Claude-Bernard, ainsi que les laboratoires de recherche ILM, Ircelyon et Cral, ont été embarqués dans l'aventure *Platonium*.

Présentée pour la première fois à la fête des Lumières de Lyon en 2016, l'œuvre a ensuite beaucoup voyagé : Bright Brussels Festival en février 2017, Fiesta de la Luz, à Quito, en Équateur, en août 2017... et dernièrement, à la Cité des sciences et de l'industrie, à Paris, en octobre 2018, à l'occasion de la 17^e édition de la Nuit blanche.

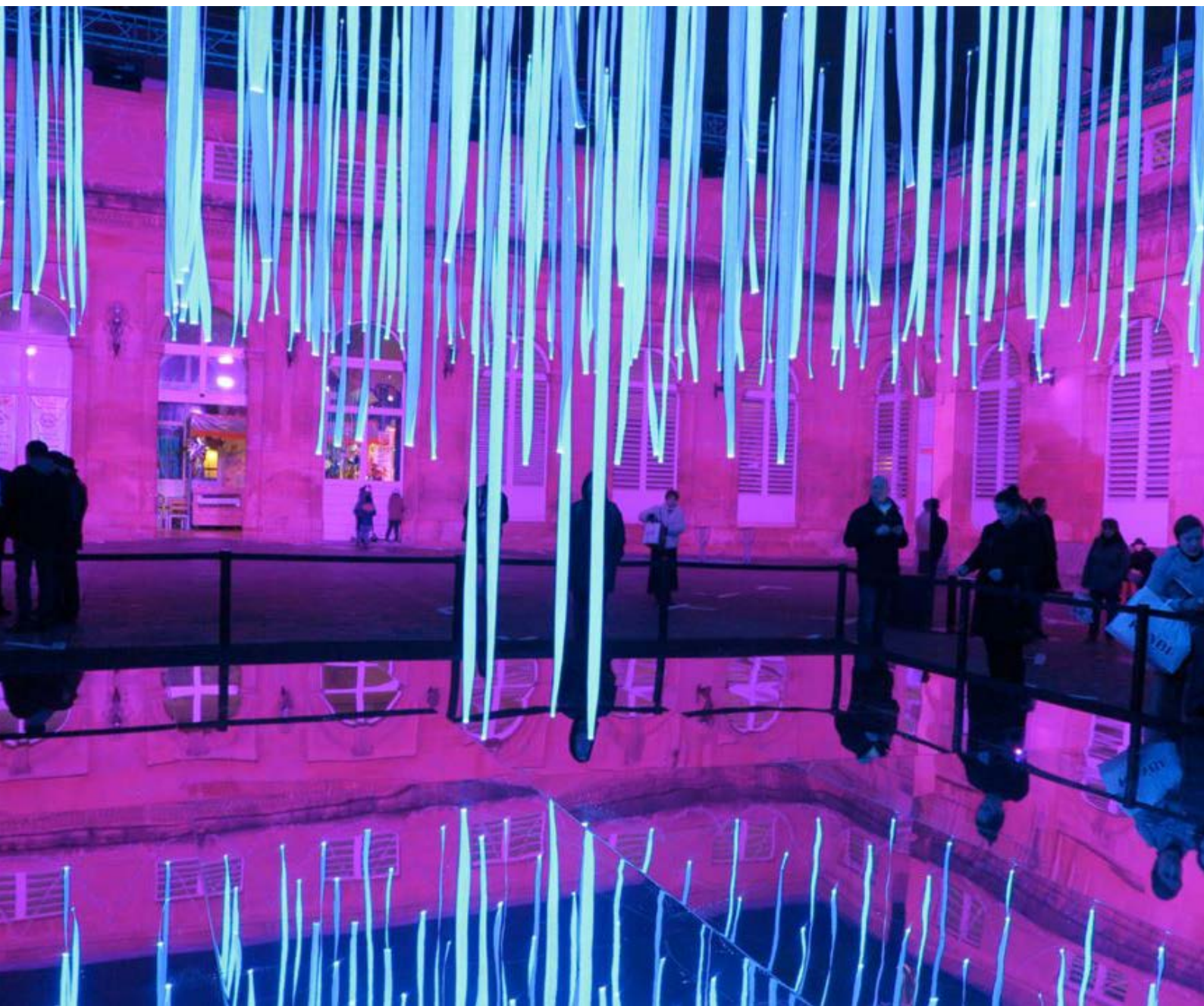
Platonium se décompose en trois volets. Le premier est l'*Atrium*, qui propose une déambulation, dans une quasi-obscurité, au milieu de seize écrans diffusant des images issues de laboratoires, sélectionnées tant pour leur qualité esthétique et hypnotique que pour les recherches qu'elles évoquent. Pêle-mêle, on peut voir des cristaux excités par une lumière prendre une coloration ou une luminescence particulière, des

Le *Vortex*, un des volets de *Platonium*, est fait de lamelles de tissus mêlant fibres optiques et fibres classiques.

nanoparticules d'or fabriquées par ablation laser, l'évolution d'une faille tectonique reproduite en laboratoire, la galaxie NGC 4650A vue du *Very Large Telescope*, au Chili... Cet *Atrium* est un clin d'œil à *Zapping Zone*, une installation du réalisateur Chris Marker conçue pour l'exposition « Passages de l'image », au Centre Pompidou en 1990. Ici, le zapping est réinterprété avec des images scientifiques.

Puis vient le *Vortex* (voir la photo ci-dessus), où 324 lamelles lumineuses bleues flottent, suspendues, et se reflètent dans un miroir au sol. L'ensemble est baigné d'une lumière magenta. Ces deux couleurs, le bleu et le magenta, sont les





signatures d'Éric Michel. Les lamelles sont en fait des fibres optiques tissées avec des fibres synthétiques selon un procédé mis au point par la société lyonnaise Brochier Technologies et appliqué à la soie.

Ces tissus lumineux sont notamment utilisés en milieu hospitalier pour soigner la jaunisse du nourrisson: on en confectionne des gigoteuses qui illuminent doucement et uniformément le bébé. Dans le secteur de l'automobile, ils sont à la base de divers dispositifs rétroéclairants.

Enfin, troisième volet, la *Stèle* consiste en un *ready made*, faite des mêmes tissus lumineux que le *Vortex*. Il s'agit pourtant là d'un système de

dépollution! Sur quel principe? Les bandelettes sont enduites d'un photocatalyseur qui, sous l'effet de la lumière, aide à nettoyer aussi bien l'eau que l'air, et même les gaz de pot d'échappement.

Au total, le visiteur est immergé dans une œuvre de lumière qui, sans volonté d'être didactique, le transporte dans un univers d'émotions. Et pourtant, c'est de recherche scientifique de pointe qu'il est entouré!

Au fait, pourquoi *Platonium*? Ce nom renvoie au mythe de la caverne de Platon dans lequel des hommes enchaînés au fond d'une grotte ne perçoivent d'eux et du monde que des ombres projetées sur

les parois. Un jour, un homme se libère et découvre la vérité. Désormais éclairé, il revient près des siens et partage sa connaissance nouvelle. Les scientifiques ne sont-ils pas ici des passeurs de leur savoir? Dans l'allégorie de Platon, celui qui revient est très mal accueilli, ses congénères refusant de le croire. Rien de tel avec *Platonium*. ■

Pour en savoir plus:
www.cnrs.fr/platonium/



L'auteur a récemment publié:
**Pollock, Turner, Van Gogh,
Vermeer et la science...**
(Belin 2018)