

MATHÉMATIQUES

L'HYPOTHÈSE DE RIEMANN VACILLE MAIS NE TOMBE PAS

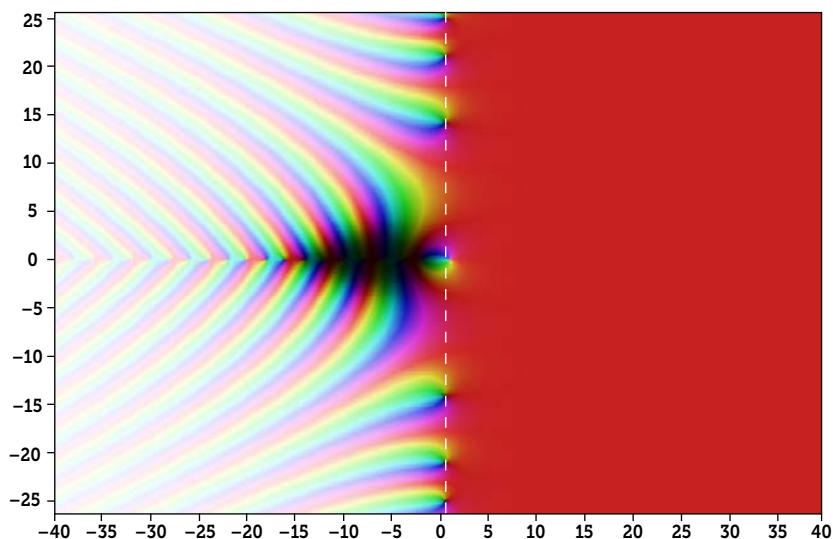
Pour tenter de démontrer cette célèbre conjecture, des mathématiciens ont réexploré une piste délaissée, car jugée trop difficile, et ont obtenu un résultat important.

L'hypothèse de Riemann est l'un des problèmes ouverts les plus importants en mathématiques. Si de nombreux indices suggèrent que cette conjecture, formulée en 1859 par l'Allemand Bernhard Riemann, est vraie, cela n'a toujours pas été démontré. De nombreuses pistes ont été explorées, sans aboutir. Mais en retravaillant sur une approche abandonnée, Ken Ono, de l'université Emory, à Atlanta, aux États-Unis, Don Zagier, de l'institut Max-Planck de mathématiques, à Bonn, en Allemagne, et deux collègues ont réalisé une avancée intéressante.

Le point de départ de l'hypothèse de Riemann est une fonction d'une variable s définie comme la somme infinie des inverses des entiers positifs où chaque terme est élevé à la puissance s . Cette fonction se prolonge aux valeurs complexes de s , c'est-à-dire aux nombres de la forme $s=a+ib$, a et b étant des nombres réels et i le symbole vérifiant $i^2=-1$ (a est la partie «réelle» de s et b sa partie «imaginaire»). La fonction obtenue, notée $\zeta(s)$, est la «fonction zêta de Riemann».

Cette fonction a un intérêt majeur en théorie des nombres. Elle est reliée à la façon dont sont répartis les nombres premiers, ces entiers positifs n'ayant pas d'autres diviseurs que 1 et eux-mêmes, comme 2, 3, 5, 7, 11, 13... La fonction zêta de Riemann, et notamment la répartition de ses zéros, c'est-à-dire les valeurs de s pour lesquelles $\zeta(s)=0$, offrirait une bonne estimation de cette distribution si l'hypothèse de Riemann est vraie. Celle-ci affirme qu'à l'exception des zéros dits triviaux (les nombres pairs négatifs: -2, -4, -6, etc.), les zéros de la fonction zêta ont tous pour partie réelle $a=1/2$.

Parmi les pistes explorées pour vérifier cette conjecture, le mathématicien hongrois George Pólya a montré en 1927 que l'hypothèse de Riemann est équivalente à un autre problème, celui de prouver l'hyperbolicité de certains polynômes, dits de Jensen (du nom du mathématicien danois Johan Jensen). Un polynôme à coefficients réels est dit hyperbolique si ses zéros sont tous réels. Il faut donc prouver cette propriété pour les polynômes de Jensen. Ceux-ci sont définis notamment par deux paramètres: d , leur degré, et n , leur



Les valeurs de la fonction zêta de Riemann sont ici représentées dans le plan complexe. Ses zéros non triviaux se trouvent-ils tous sur la droite verticale (en pointillé blanc) coupant l'axe horizontal en 1/2?

10¹³

ZÉROS NON TRIVIAUX DE LA FONCTION ZÊTA DE RIEMANN ONT ÉTÉ CALCULÉS EN 2004, ET LEUR PARTIE RÉELLE EST BIEN ÉGALE À 1/2. MAIS IL SUFFIRAIT QUE L'ON TROUVE UN SEUL ZÉRO NON TRIVIAL DE PARTIE RÉELLE DIFFÉRENTE POUR QUE L'HYPOTHÈSE DE RIEMANN SOIT INFIRMÉE.

«décalage». Le problème est qu'il existe une infinité de ces polynômes. Des mathématiciens ont démontré des cas particuliers de l'hyperbolicité des polynômes de Jensen, mais cette approche était considérée comme trop difficile pour être généralisée afin de prouver l'hypothèse de Riemann.

S'ils n'ont pas démontré cette propriété pour tous les polynômes de Jensen, Ken Ono et ses collègues l'ont confirmée pour une vaste classe de ces objets. Pour y parvenir, ils ont considéré d'autres polynômes, dits d'Hermite (qui permettent notamment d'exprimer les fonctions d'onde de l'oscillateur harmonique, en physique quantique). Les chercheurs ont montré que les polynômes d'Hermite donnent une bonne approximation des polynômes de Jensen quand le décalage n est assez grand et pour toute valeur de d . Or les polynômes d'Hermite étant hyperboliques, les mathématiciens ont montré ainsi l'hyperbolicité d'une large classe de polynômes de Jensen. C'est un progrès notable, mais il reste à voir comment passer de l'étape «pour tout n assez grand» à «pour tout n ...» L'hypothèse de Riemann ne semble pas près de céder! ■

S. B.

M. Griffin et al., *PNAS*, en ligne le 21 mai 2019

INHUMATION DE CLAN À KOSZYCE

Il y a 4 800 ans, des agresseurs ont éclaté les crânes de 15 individus à Koszyce, en Pologne. À partir de leurs gènes, Hannes Schroeder, de l'université de Copenhague, vient de montrer que tous les défunts sauf un sont apparentés. Quatre mères ont été enterrées avec leurs enfants près d'elles. Parmi les individus mâles présents, six ont moins de 20 ans et seulement un est père. Ce tableau suggère que, de retour chez eux, les pères de famille d'un clan familial néolithique ont trouvé les leurs tués et les ont inhumés en tenant compte de leurs liens.

L'ANTIDOULEUR DES RATS-TAUPES

Le rat-taupe nu (*Heterocephalus glaber*) est célèbre pour sa résistance au cancer et à la douleur. Gary Lewin, du centre Max-Delbrück de médecine moléculaire, à Berlin, et ses collègues ont testé la résistance aux acides et à la capsaïcine (le composant actif du piment) chez plusieurs espèces apparentées. Ils ont ainsi identifié un mécanisme de suppression de la douleur impliquant un seul gène, qui code un canal ionique. Très actif chez le rat-taupe nu, ce gène empêche les neurones sensibles à la douleur de s'activer. Une voie vers de nouveaux analgésiques ?

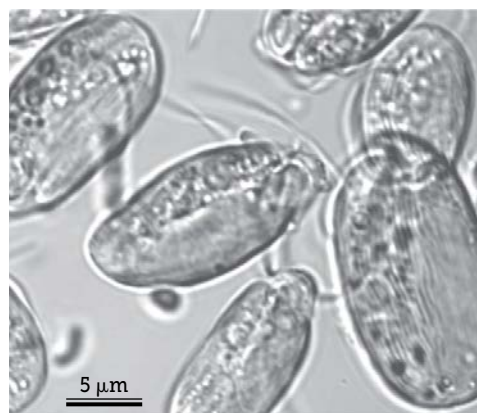
HIKIKOMORI, QUI ES-TU ?

Les *hikikomori*, mot japonais désignant les individus qui restent des années durant en retrait de la vie sociale, sont le plus souvent des hommes. Ils ont souvent été déscolarisés ou ont suivi un traitement psychiatrique. C'est ce qu'ont conclu Roseline Yong et Kyoko Nomura, de l'université d'Akita, au Japon, en étudiant un échantillon de 5 000 personnes âgées de 15 à 39 ans et sélectionnées dans 200 communes japonaises.

SYMBIOSE MAGNÉTIQUE

En 1975, le biologiste britannique Richard Blakemore a découvert des bactéries magnétotactiques. Elles sont sensibles au champ magnétique terrestre grâce à des cristaux ferrimagnétiques qu'elles synthétisent dans des compartiments nanométriques de leur structure interne, nommés magnétosomes. Alors qu'ils voulaient étudier la diversité de ces bactéries, Caroline Monteil et Christopher Lefebvre, de l'institut de biosciences et biotechnologies d'Aix-Marseille, et leurs collègues ont découvert l'existence d'un microorganisme eucaryote ayant acquis une sensibilité similaire grâce à une symbiose établie avec des bactéries magnétotactiques.

Ces bactéries vivent uniquement dans les sédiments des milieux aquatiques, et surtout dans les zones pauvres en oxygène, voire qui en sont totalement dépourvues. Leurs cristaux ferrimagnétiques s'organisent sur les lignes de champ magnétique terrestre, qui sont obliques par rapport à l'horizontale. Ainsi, grâce à la magnétoréception, ces bactéries sont capables de distinguer le haut du bas (autrement que par la force de pesanteur). Elles se déplacent le long de ces lignes de champ et se dirigent plus en profondeur, là où la teneur en oxygène, plus faible, leur convient mieux.



La surface de ces eucaryotes unicellulaires est recouverte de bactéries sensibles au champ magnétique terrestre.

Lors d'observations au microscope, Caroline Monteil et ses collègues ont découvert un eucaryote (organisme aux cellules pourvues d'un noyau) unicellulaire dont la surface est recouverte de bactéries magnétotactiques. L'ensemble vit en symbiose : l'eucaryote fournit de l'énergie sous forme d'hydrogène moléculaire aux bactéries, tandis que celles-ci permettent à l'eucaryote de s'orienter dans les sédiments. C'est la première fois que l'on observe une acquisition de ce sens par symbiose chez un organisme eucaryote, une stratégie originale qui a conduit à une bonne adaptation à son milieu. ■

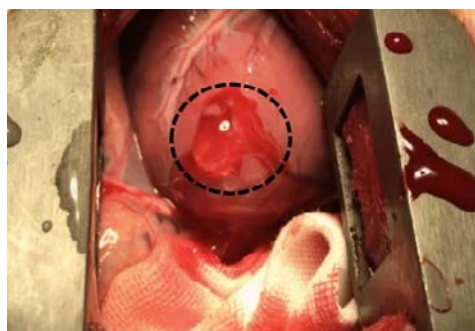
W. R.-P.

C. L. Monteil et al., *Nature Microbiology*, en ligne le 29 avril 2019

UN GEL CONTRE L'HÉMORRAGIE

Lors d'une hémorragie majeure, liée à la rupture d'une grosse artère ou d'une perforation cardiaque, il n'y a guère le choix : la seule méthode éprouvée est celle de la suture du vaisseau ou du cœur endommagé. Il existe aussi des gels qui colmatent les plaies, mais jusqu'à présent ceux-ci adhéraient mal aux tissus et étaient donc peu efficaces.

Yi Hong et ses collègues, de la faculté de médecine de l'université Zhejiang, en Chine, ont mis au point un gel biocompatible et biodégradable. Ils ont modifié un gel existant en conférant à ses molécules deux groupes chimiques complémentaires qui se lient en présence de lumière ultraviolette, tandis que les groupes restant non liés se fixent aux tissus. Le gel, qui a été testé *in vivo* sur des porcs, durcit, adhère aux tissus biologiques et stoppe net l'hémorragie en



Le gel appliqué sur ce cœur de porc stoppe l'hémorragie en quelques secondes.

quelques secondes, y compris sur des plaies majeures, comme sur le cœur ou sur l'aorte. Le suivi postopératoire a montré un retour à la normale des fonctions cardiaques en moins de deux semaines et une cicatrisation déjà avancée, avec une parfaite tolérance du gel par l'organisme. ■

MARTIN TIANO

Yi Hong et al., *Nature Communications*, vol. 10, article 2060, 2019