

> foules, des physiciens et des mathématiciens ont proposé plusieurs approches ces dernières décennies. Dans certaines, dites microscopiques, on suit individuellement toutes les personnes, qui sont de fait identifiées à des particules (mais aux propriétés particulières, données par nos deux ingrédients). Dans d'autres, dites macroscopiques, on décrit la foule comme un continuum – un liquide qui s'écoule et se déforme sous l'action de forces externes et internes.

PRENDRE EN COMPTE LES FORCES SOCIALES

C'est un physicien allemand, Dirk Helbing, à l'École polytechnique fédérale de Zurich, qui, en 1995, a proposé le premier modèle mathématique de foule – qui était aussi le premier modèle microscopique de foule. Dans les années 1970, le physicien australien Leroy Henderson avait eu l'idée de décrire les flux de piétons dans une rue à l'aide de la mécanique des fluides, et cette analogie avait enthousiasmé la communauté de physiciens qui s'intéressaient au sujet. De fait, elle fonctionne particulièrement bien pour les mouvements simples de foule assez dense – une manifestation dans les rues d'une ville, par exemple, ou même les déplacements des coureurs au départ d'un marathon, comme l'ont montré il y a quelques mois Nicolas Bain et Denis Bartolo, de l'École normale supérieure de Lyon.

Au début de plusieurs marathons, les deux physiciens ont filmé du dessus la zone où des cordons d'organiseurs guident les coureurs



AUTOMATE CELLULAIRE

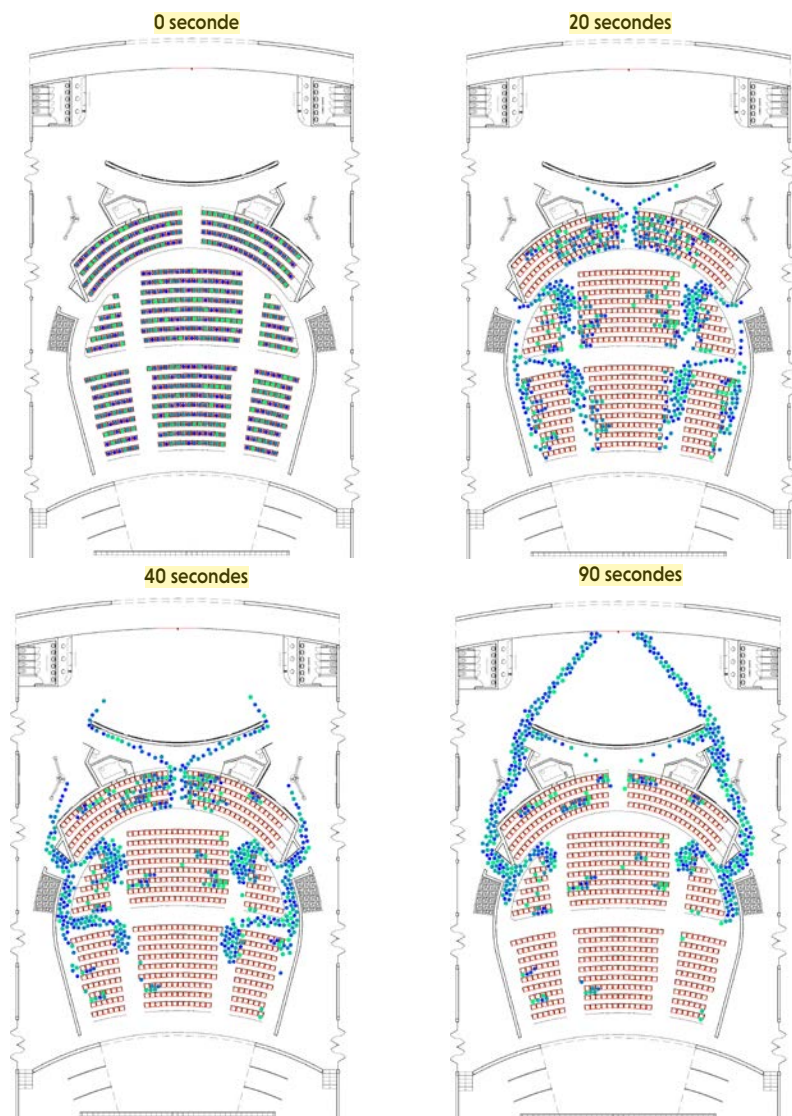
Dans les modèles d'automate cellulaire, chaque individu de la foule est représenté par un pion qui se déplace sur un quadrillage selon certaines règles. Dans le cas d'une évacuation vers une sortie, par exemple, un pion a une plus grande probabilité d'aller sur une case qui le rapproche de la sortie, mais il lui est impossible d'accéder à une case occupée. Ci-contre, deux instants d'une simulation d'évacuation (*en haut*), ainsi que les trajectoires de chacun des pions-individus (*en bas*).

jusqu'à la ligne de départ. Ce dernier ayant lieu en plusieurs fois, chaque cohorte de participants se retrouve à effectuer une séquence de marche et d'arrêt. En effectuant une analyse détaillée de la façon dont la densité de coureurs évolue, les deux physiciens ont validé avec une grande précision un modèle hydrodynamique de foule polarisée (c'est-à-dire où tous les individus vont dans la même direction) qui prédit notamment la propagation des ondes d'arrêt et de remise en marche observée vers l'arrière de chaque cohorte (*voir la figure page 34*).

Cependant, en général, l'analogie avec les fluides a des limites quand il s'agit de modéliser une foule non polarisée, car elle ne prend en compte que la foule dans son ensemble, et non les individus. En 1995, déjà conscient de cette difficulté, Dirk Helbing réfléchissait à une autre analogie intégrant les comportements individuels. Il a ainsi cherché à construire pour les piétons un formalisme microscopique, proche de celui de Newton : les personnes seraient des particules de masse non nulle, comme des billes, soumises à l'action de deux types de forces. Un premier type encodait la tendance de l'individu à adopter sa vitesse souhaitée, et l'autre type correspondrait à l'ensemble des forces exercées par les autres individus, nommées « forces sociales ». Dans une situation d'évacuation, la foule se comporterait ainsi comme un ensemble de billes sur un plateau horizontal, qui subiraient à la fois une forte attraction vers un même trou (la sortie) et des forces de répulsion entre billes voisines, reproduisant la tendance des individus à se maintenir à une certaine distance de leurs semblables. Cette approche est toujours utilisée dans nombre de logiciels commerciaux destinés à modéliser les flux de foules dans des stades, gares ou aéroports.

LA PISTE DE L'AUTOMATE CELLULAIRE

Un autre modèle également très utilisé est celui de l'automate cellulaire, proposé en 2001 par Carsten Burstedde et ses collègues à l'université de Cologne, en Allemagne. Il consiste à représenter la zone d'intérêt sous la forme d'un quadrillage régulier, dont les carrés ont des côtés de l'ordre de 40 centimètres, de sorte que chaque cellule ne puisse accueillir qu'une seule personne. Des « pions » disposés sur ce quadrillage (un pion au maximum par case) modélisent les personnes. Dans la forme la plus rudimentaire du modèle, chaque pion tire au hasard, à chaque étape, une position parmi les cases voisines. La tendance de l'individu est prise en compte en affectant une plus grande probabilité aux cases les plus proches de la sortie, et l'interaction avec les autres est simplement encodée par l'impossibilité



MODÈLE GRANULAIRE

Ce modèle fonctionne bien pour modéliser l'évacuation d'un théâtre (ci-dessus plusieurs étapes d'une telle simulation).

On considère que l'ensemble des paramètres qui décrivent les positions de chaque spectateur forme une sorte de goutte qui à chaque instant cherche à dévaler le plus efficacement possible une pente dans un paysage multidimensionnel, donnée par la somme des distances de chacun à la sortie et les diverses contraintes du lieu.

d'accéder à une case déjà occupée (voir la figure page ci-contre). Un avantage de ce modèle est sa simplicité conceptuelle et de mise en œuvre. Cependant, le quadrillage limite son réalisme, de même que le traitement des interactions entre piétons, assez succinct.

Il y a une dizaine d'années, avec Juliette Venel, alors doctorante au laboratoire, nous avons par ailleurs proposé une nouvelle approche, que nous continuons de développer. Cette approche est fondée sur un principe très général – le « flot de gradient » –, qui décrit, par exemple, le mouvement d'une goutte d'eau qui dévalerait une colline en suivant à chaque instant la ligne de plus grande pente. Mathématiquement, on suit la position de la goutte sur une carte au cours du temps (il s'agit donc d'un point dans le plan), et l'on représente l'altitude sur ce plan par une fonction de cette position (tout comme, sur Terre, l'altitude est une fonction de la longitude et de la latitude). À chaque instant, la goutte tend à diminuer au maximum son altitude, et donc à trouver, dans son environnement, la

position où la pente de la fonction altitude est la plus grande (cette pente n'est autre que le gradient de la fonction, c'est-à-dire en l'occurrence la dérivée de la fonction par rapport à la position, d'où le nom du principe).

UNE « GOUTTE » DE FOULE

Pour une foule, la « goutte » est l'ensemble des paramètres décrivant les positions des personnes impliquées, et la modélisation repose alors entièrement sur la définition d'une quantité qui jouerait le rôle de l'altitude et que la foule tendrait à réduire. Dans le cas d'une évacuation, il est très naturel de définir cette quantité comme une insatisfaction globale, plus précisément comme la somme des distances des personnes à la sortie, à laquelle on ajoute des termes qui prennent en compte les interactions. Un terme, notamment, atteint de très grandes valeurs lorsque deux personnes commencent à se chevaucher, ce que les lois de la physique classique (et la décence) interdisent. Une fois que la quantité à minimiser est bien définie, il est assez facile de laisser la foule, identifiée maintenant à un point unique dans un espace de grande dimension, glisser le long de ce paysage virtuel. Du fait de l'interdiction stricte des chevauchements, ce modèle décrit la foule comme une collection de grains rigides, et l'on parle ainsi de modèle granulaire.

Malgré leur caractère assez rudimentaire en termes de prise en compte du comportement humain, ces différents modèles offrent une description assez correcte du mouvement de foules dans de multiples situations, en particulier lorsque les tendances individuelles sont bien maîtrisées : files d'attente, croisement de flux, évacuation à travers une sortie étroite... Cette dernière situation – un cas d'étude classique – est souvent utilisée pour évaluer le comportement d'un modèle dans des cas de forte densité. À l'aide d'expériences très documentées, on compare les résultats du calcul avec les données expérimentales. Pour chacun des modèles microscopiques décrits ci-dessus, diverses équipes ont ainsi retrouvé les caractéristiques expérimentales avec une bonne précision, jusqu'aux propriétés statistiques fines vérifiées par la distribution des temps entre deux sorties successives d'individus.

Dans ce contexte particulier de l'évacuation à travers une sortie étroite, certains phénomènes excitent actuellement la curiosité des scientifiques. Parmi eux, l'effet *faster is slower*, que plusieurs équipes ont étudié à partir des années 2000, joue un rôle central. Dans des situations d'évacuation d'urgence, on observe qu'une trop grande précipitation des individus conduit parfois à un ralentissement de la foule dans son ensemble, voire au blocage de la sortie de secours. Une forme spectaculaire et d'une