

> à la longueur 7 pour les séquences ayant un 1 en tête est donné en: <http://complexitycalculator.com/D5.csv>

Comme on s'y attend, les séquences les plus simples se trouvent en tête, et plus on avance dans le classement, plus la complexité des séquences augmente, ainsi que leur longueur. Cela confirme expérimentalement deux choses: ce qui est simple est produit avec une fréquence plus grande que ce qui est complexe, et la méthode des petites machines de Turing donne une fine mesure de complexité où toute subjectivité est absente.

Selon la même méthode, on a déterminé une classification par complexité croissante des schémas en dimension 2 de quelques pixels (voir l'encadré 2).

LA SIMULATION DU HASARD

Ces mesures objectives ont permis de réaliser de nouvelles expériences de psychologie qui font comprendre comment l'esprit humain évalue le complexe et le hasard.

Depuis longtemps, la psychologie expérimentale cherche à mesurer les aptitudes

humaines pour les tâches consistant à produire du hasard ou à le reconnaître. Les psychologues ont ainsi mené des expériences où des sujets humains produisaient des suites de 0 et de 1 en imitant le mieux possible ce que donneraient des tirages équitables à pile ou face.

En moyenne, dans 60% des cas, derrière un 0, les sujets humains placent un 1, et derrière un 1, placent un 0, alors que des suites provenant de vrais tirages aléatoires ne présentent de tels basculements que dans 50% des cas. Pourquoi les humains sont-ils incapables de simuler correctement le hasard et favorisent-ils les alternances?

Une hypothèse subtile a été formulée: quand un humain produit des séquences de 0 et de 1 au hasard, il tente de confectionner les plus complexes. Cela lui est mentalement difficile, car il lui faudrait de meilleures capacités de calcul que celles dont il dispose et il ne réussit donc qu'à produire des séquences moyennement complexes: les trop simples sont consciemment évitées, les trop complexes sont inaccessibles ou ne sont pas bien distinguées des séquences moyennement

2

COMPLEXITÉ DES DESSINS

Il est plus facile et naturel pour un humain d'évaluer la complexité d'une image que celle d'une séquence finie de symboles alignés. Il se trouve que la notion de machine de Turing écrivant sur un ruban s'adapte sans difficulté à deux dimensions. La machine se déplace (vers le haut, le bas, la gauche ou la droite) sur un plan quadrillé et fait ses choix en fonction de son état interne et de ce qu'elle lit sur la case où elle est posée et qu'elle peut réécrire. La méthode utilisée pour mesurer indépendamment de toute subjectivité la complexité d'une séquence s'adapte ainsi et donne alors une mesure de complexité pour les petits dessins composés de quelques pixels.

Cette mesure est assez proche de celle qu'on obtient quand on produit des statistiques de la complexité des images découpées en tout petits morceaux tirées du monde réel. C'est un argument en faveur de l'idée que le monde réel est assimilable à un immense ensemble de micromachines à calculer qui produisent les structures qu'on y trouve (soit ramenées à des séquences de symboles, soit ramenées à des petits dessins, etc.).

On a reproduit ici le tableau des petits dessins d composés de pixels blancs et noirs les plus simples. Ils sont classés en fonction de leur probabilité $p(d)$ d'être produits par les machines de Turing fonctionnant sur un quadrillage, c'est-à-dire en fonction de leur complexité croissante telle que ces machines l'évaluent. Les dessins se déduisant par des symétries ou des rotations de ceux représentés ne sont pas mentionnés. Les nombres indiqués évaluent la complexité des dessins par la formule $K(d) = -\log_2(p(d))$ (pour plus de précisions, voir la quatrième référence citée en bibliographie).

15,8159 	16,5252 	17,0378 	17,1387 	17,2143 	17,3662
17,3962 	17,4226 	17,4449 	17,4606 	17,5578 	17,7094
17,7354 	17,7508 	17,7625 	17,9538 	17,9579 	17,9709
18,0757 	18,1145 	18,1361 	18,1773 	18,2346 	18,3558
18,3596 	18,6431 	18,7286 	18,7878 	19,0349 	19,1076
19,1206 	19,1456 	19,1540 	19,2406 	19,3673 	19,6605
19,6829 	19,7418 	19,9768 	20,0518 	20,1158 	20,1528
20,1732 	20,2261 	20,3931 	20,4098 	20,4760 	20,5012
20,5031 	20,5110 	20,5369 			