

> années 1950. Cette quantité, le «nombre de Chern», est un invariant topologique qui ne peut prendre que des valeurs entières. Elle caractérise la topologie de la bande considérée, sa courbure globale et l'existence ou non d'un vortex dans l'espace réciproque.

Un gap est dit topologique lorsque le nombre de Chern total, obtenu par l'addition des nombres de Chern des bandes sous ce gap est non nul. Dans ce cas, il existe un niveau d'énergie autorisé dans le gap. Les électrons qui occupent cet état peuvent circuler dans le matériau. Mais

physiquement, cet état propagatif est localisé uniquement à la surface du matériau. On parle de correspondance volume-surface, car la topologie des bandes (définies par les électrons dans le volume du matériau) détermine l'existence et les propriétés des états de surface.

Autre particularité de ces états : la circulation du courant en surface est unidirectionnelle ; on obtient donc un transport non réciproque. Par ailleurs, ces états sont dits protégés topologiquement : comme cette conduction unidirectionnelle est une propriété topologique, et donc

THÉORIE DES BANDES ET TOPOLOGIE

D'après les règles de la physique quantique, dans un atome isolé, les électrons occupent des niveaux d'énergie discrets. En revanche, dans le réseau cristallin d'un matériau, les valeurs possibles de l'énergie électronique s'étendent sur des intervalles continus, ou bandes, séparées par des intervalles

nommés bandes interdites, ou « gaps ».

Cette structure énergétique résulte du comportement ondulatoire des électrons. En raison de la périodicité du réseau cristallin, leurs ondes interfèrent et créent cette structure de bandes. Les électrons remplissent les bandes en obéissant à certaines règles. Ce sont des fermions, ce qui implique qu'il ne peut y avoir deux électrons dans le même état quantique. Ils remplissent donc les bandes d'énergies permises en commençant par les plus basses. Ce remplissage définit le niveau de Fermi, qui correspond à peu près au niveau de plus haute énergie occupé par un électron au zéro absolu (-273°C , ou 0 kelvin).

Si le niveau de Fermi appartient à une bande permise, le matériau est conducteur, et caractérisé par un transport réciproque (pas de direction privilégiée du courant) : les électrons circulent facilement si l'on applique une tension électrique. Si le niveau de Fermi est dans une bande interdite assez large, le matériau est un isolant. Si le gap est étroit, il suffit d'apporter un peu d'énergie pour que l'électron passe dans la bande supérieure, la bande de conduction ; le matériau est alors semi-conducteur.

Dans les années 1980, les physiciens ont découvert que l'énergie des bandes n'est pas le seul critère à prendre en compte pour décrire les propriétés électroniques d'un matériau. Ils ont mis en évidence un paramètre pour

chaque bande : un invariant topologique nommé nombre de Chern qui, s'il est non nul, implique un comportement particulier du matériau, celui des isolants topologiques. Ainsi, si le niveau de Fermi est dans un gap et que les nombres de Chern sont non nuls, le matériau est isolant en volume. Mais un état d'énergie autorisé existe alors dans le gap sur le bord du matériau (à l'interface avec un isolant trivial comme l'air). On a donc un courant en surface qui est unidirectionnel et dont le sens dépend du signe de la somme des nombres de Chern des bandes situées sous le gap.

Dans un matériau photonique, les photons étant des bosons, ils ne remplissent pas les bandes comme les électrons (il n'y a pas de niveau de Fermi). Cependant, dans certaines configurations, comme dans un cristal photonique, il est possible d'avoir un comportement d'isolant en volume car un photon ne peut pas se propager à l'énergie du gap dans le volume du matériau. Et les nombres de Chern peuvent être non nuls, ce qui peut conduire à l'existence d'un état de propagation unidirectionnelle sur la surface, à l'énergie du gap.

