

DE LA TOPOLOGIE AUX NOMBRES DE CHERN

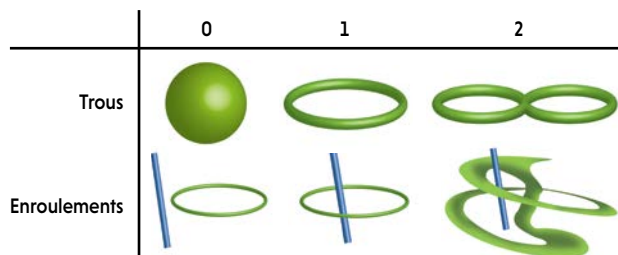
La topologie est la partie des mathématiques qui s'intéresse aux caractéristiques globales de la géométrie des objets. Les invariants topologiques sont des nombres entiers ou demi-entiers correspondant à ces caractéristiques. Pour un solide en 3D, l'invariant le plus connu est le « genre », qui décrit le nombre de trous que présente sa surface. Le genre (une propriété globale de l'objet) est calculé à partir de l'intégrale de la courbure, définie localement en chaque point de la surface. Un ballon de rugby et un ballon de football sont géométriquement distincts, mais leur genre est le même et ils sont topologiquement équivalents. On peut déformer continûment l'un en l'autre sans créer de trous dans la surface. Pour des courbes, on peut définir le nombre d'enroulements (combien de fois cette courbe enlance

un objet), qui se calcule avec l'intégrale de l'angle polaire du point qui se déplace le long de la courbe. On constate que les invariants sont en général les intégrales des propriétés locales (courbure, angle polaire), et ces intégrales conservent uniquement les informations sur les propriétés globales des systèmes.

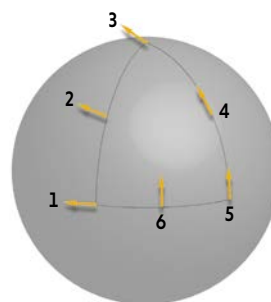
Le théorème de Gauss-Bonnet est fondamental en topologie, car il relie de façon très générale les propriétés locales d'un objet à l'une de ses propriétés globales. Par exemple, l'intégrale, sur toute la surface Σ d'un objet, de sa courbure locale F (intégrée sur tous les éléments de surface dS) est reliée au genre ν (le nombre de trous de l'objet). Or si l'on déforme la surface de l'objet, le genre reste, lui, inchangé.

$$\frac{1}{2\pi} \int_{\Sigma} F dS = 2(1-\nu)$$

En physique de la matière condensée, les outils de la topologie ne s'appliquent pas à l'objet physique mais à la structure des bandes d'énergie accessibles aux particules mobiles dans ce matériau. On définit d'abord la courbure de Berry. Pour comprendre ce paramètre, une analogie est celui du transport parallèle d'un vecteur sur une surface



La topologie classe les objets selon le nombre de trous ou d'enroulements qu'ils exhibent, des propriétés invariantes lorsque l'objet est déformé de façon continue.



courbe. En évoluant sur un circuit fermé en respectant certaines contraintes sur son orientation, le vecteur final et le vecteur initial ne pointent pas dans la même direction. Le transport parallèle sur la surface courbe a induit l'apparition d'un angle entre les deux vecteurs (voir ci-dessus). De la même façon, on peut assimiler à un vecteur la fonction d'onde qui décrit un électron dans

Dans le transport parallèle sur une sphère, on constate qu'un vecteur que l'on fait glisser de l'équateur (1), vers le pôle nord (3) puis de nouveau vers l'équateur (5) en passant par un autre méridien et en gardant le même angle avec chaque branche de son trajet, a subi une rotation en revenant au point de départ (6).

une bande. On peut associer une courbure, la courbure de Berry, au changement d'orientation de ce vecteur lorsqu'un électron se déplace dans l'espace réciproque des impulsions. En intégrant cette courbure sur une bande complète, on applique le théorème de Gauss-Bonnet et on obtient un invariant topologique, le nombre de Chern, qui caractérise la topologie de la bande.

> gyromagnétiques, qui ont la particularité d'avoir un indice optique différent pour les polarisations circulaires droite et gauche de la lumière.

Ainsi, dans un cristal photonique fait de matériaux gyromagnétiques, le gap photonique peut être associé à un nombre de Chern non nul. En 2009, le groupe de Marin Soljačić, au MIT (l'institut de technologie du Massachusetts) a confirmé expérimentalement cette prédiction théorique. Le problème est que les matériaux ayant une activité gyromagnétique fonctionnent typiquement dans le domaine fréquentiel des microondes, très loin des fréquences optiques qui sont celles généralement utilisées pour transporter l'information.

La piste des isolants topologiques liés à l'effet Hall quantique de spin a aussi été explorée. Ceux-ci ont l'avantage de fonctionner sans champ magnétique. Il faut cependant définir un équivalent du spin de l'électron pour le photon : comme la polarisation de la lumière peut toujours être décomposée en deux composantes linéaires (souvent nommées « horizontale » et

« verticale »), on obtient une description de l'onde électromagnétique comme un système à deux niveaux associés à un pseudo-spin.

En 2011, Mohammad Hafezi et ses collègues, de l'université du Maryland, aux États-Unis, se sont inspirés de cette idée de pseudo-spin pour proposer une autre solution. Ils ont construit un réseau photonique périodique constitué de résonateurs optiques circulaires (des guides d'onde où la lumière s'accumule par interférences constructives) dans du silicium. Chaque résonateur a deux états différents, selon le sens dans lequel circule la lumière, et que l'on identifie aux états d'un pseudo-spin. Le défaut de cette approche est que la protection topologique du sens de propagation n'est pas totale, car on n'a pas un vrai spin comme pour un électron. Pour ce dernier, la direction du spin, qui définit le sens de propagation, ne peut être inversée. Mais avec le pseudo-spin du photon, l'inversion reste possible.

D'autres importantes avancées sont fondées sur le potentiel des quasiparticules mixtes

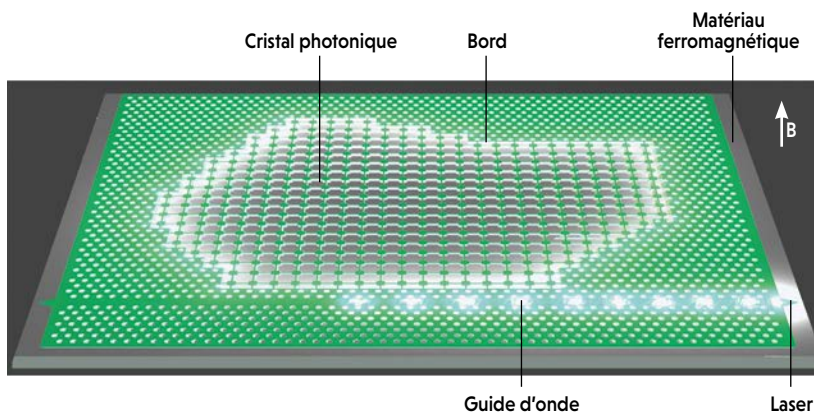
lumière-matière, les excitons-polaritons, dont nous avons déjà évoqué l'intérêt pour constituer un superfluide de lumière. Ici, en raison de leur partie électronique, ces quasi-particules ont une activité magnétique pour des ondes se propageant à des fréquences optiques.

Ainsi, en 2015, notre équipe a montré théoriquement qu'en plaçant ces excitons-polaritons dans un réseau périodique approprié, il était possible d'obtenir un analogue polaritonique de l'effet Hall quantique anormal. L'observation expérimentale de cet effet vient d'être rapportée par le groupe de Sven Höfling, de l'université de Würzburg, en Allemagne. Nous avons aussi montré qu'il était possible d'utiliser cet effet pour réaliser des micro-isolateurs photoniques fonctionnant à des longueurs d'onde optiques, ce qui est un prérequis indispensable à leur utilisation pratique. En garantissant un transport non réciproque, ces micro-isolateurs, placés en série après une diode laser, empêchent la lumière de revenir dans la diode et d'en perturber le fonctionnement. Nous sommes donc en passe de résoudre le problème de la photonique intégrée et de la question du transport non réciproque.

UN LASER INTÉGRÉ

La richesse du domaine nous permet d'aller plus loin encore, avec le développement des lasers topologiques. Notre équipe a proposé cette idée en 2016 : l'effet laser se développerait directement dans un état topologiquement protégé, ce qui permet d'intégrer dans le même composant le laser et l'isolateur. Dès 2017, le groupe de Jacqueline Bloch, au C2N (le Centre de nanosciences et de nanotechnologies, à Palaiseau, près de Paris), a concrétisé cette idée dans des réseaux à une dimension. La même année, Boubacar Kanté, de l'université de Californie à San Diego, et ses collègues ont fait état d'un laser topologique bidimensionnel, fondé sur l'effet Hall quantique anormal (voir l'image ci-dessus).

Cette démonstration résulte d'un tour de force technique, à savoir obtenir un effet magnétique pour des modes photoniques aux fréquences « télécoms » proches de l'optique. En effet, les semi-conducteurs ont normalement une faible réponse magnétique dans ce domaine de longueurs d'onde. L'équipe de Boubacar Kanté a combiné son réseau bidimensionnel avec un matériau ferromagnétique qui amplifie l'effet d'un champ magnétique appliqué, en permettant aux électrons du semi-conducteur de ressentir une intensité de champ d'une quinzaine de teslas. Ce champ magnétique a permis la formation d'un gap topologique, et l'existence d'un état de bord unidirectionnel autour du cristal photonique. Ce dispositif s'est aussi comporté comme une cavité où l'effet laser s'est développé. Une partie de la lumière était ensuite



En 2017, Boubacar Kanté et son équipe ont mis au point un laser topologique. Sur un matériau ferromagnétique qui amplifie un champ magnétique B , les chercheurs ont gravé un cristal photonique dans un matériau semi-conducteur au bord duquel se développe un mode photonique unidirectionnel. Ce système forme une cavité où l'émission stimulée du laser se développe. Un guide d'onde placé à proximité permet d'extraire la lumière.

extraite en couplant le dispositif à un guide d'onde. Grâce au caractère unidirectionnel du mode topologique du dispositif, une onde rétro-diffusée dans le guide d'onde ne pénètre pas dans la cavité laser. Le dispositif se comporte donc comme un laser suivi d'un isolateur, les deux intégrés dans la même structure.

En 2018, Mordechai Segev, du Technion, en Israël, et ses collègues ont développé un autre type de laser topologique, cette fois fondé sur un analogue de l'effet Hall quantique de spin et l'utilisation d'un réseau de résonateurs couplés similaire à celui considéré par Mohammad Hafezi (voir l'image page 65). Il n'y a cette fois pas besoin de champ magnétique externe, mais il n'y a pas non plus d'unidirectionnalité (puisque l'on a seulement des pseudo-spins et non des spins comme pour les électrons). L'amplification laser se développe dans les deux composantes de spins se propageant chacune dans une direction opposée.

Récemment, notre équipe a proposé de combiner la notion de superfluide et de topologie des bandes d'énergie pour obtenir un nouvel analogue de l'effet Hall quantique de spin. Dans ce cas, le rôle du spin est assuré par le sens de l'enroulement des vortex du superfluide de lumière. Cette quantité étant elle-même topologiquement protégée, la conservation du spin est garantie et le caractère non réciproque du transport topologique est entièrement restauré. Il reste à mettre en œuvre cette idée.

Les développements de ces dernières années sont impressionnants. Grâce à la topologie, nous sommes en mesure d'imaginer une grande variété de solutions théoriques à la question du transport non réciproque, dont certaines ont été réalisées expérimentalement. Ces résultats sont encourageants et l'intérêt de ces systèmes est incontestable. Le développement de micro-isolateurs optiques et leur intégration semblent un objectif à portée de main, ce qui ouvrira la voie aux circuits intégrés optiques de demain. ■

BIBLIOGRAPHIE

- B. Bahari et al., **Nonreciprocal lasing in topological cavities of arbitrary geometries**, *Science*, vol. 358, pp. 636-640, 2017.
- P. St-Jean et al., **Lasing in topological edge states of a one-dimensional lattice**, *Nature Photonics*, vol. 11, pp. 651-656, 2017.
- D. Solnyshkov et al., **Kibble-Zurek mechanism in topologically nontrivial zigzag chains of polariton micropillars**, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 116, 046402, 2016.
- A. V. Nalitov et al., **Polariton Z topological insulator**, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 114, 116401, 2015.
- F. D. M. Haldane et S. Raghu, **Possible realization of directional optical waveguides in photonic crystals with broken time-reversal symmetry**, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 100, 013904, 2008.
- F. D. M. Haldane, **Model for a quantum Hall effect without Landau levels**, *Phys. Rev. Lett.*, vol. 61, pp. 2015-2018, 1988.