

POUR LA



Édition française de Scientific American

SCIENCE

MICROBIOLOGIE
**CANNIBALISME
CHEZ LES
BACTÉRIES**

PHYSIQUE
**INTRICATION
QUANTIQUE : DES
TESTS SANS FAILLE**

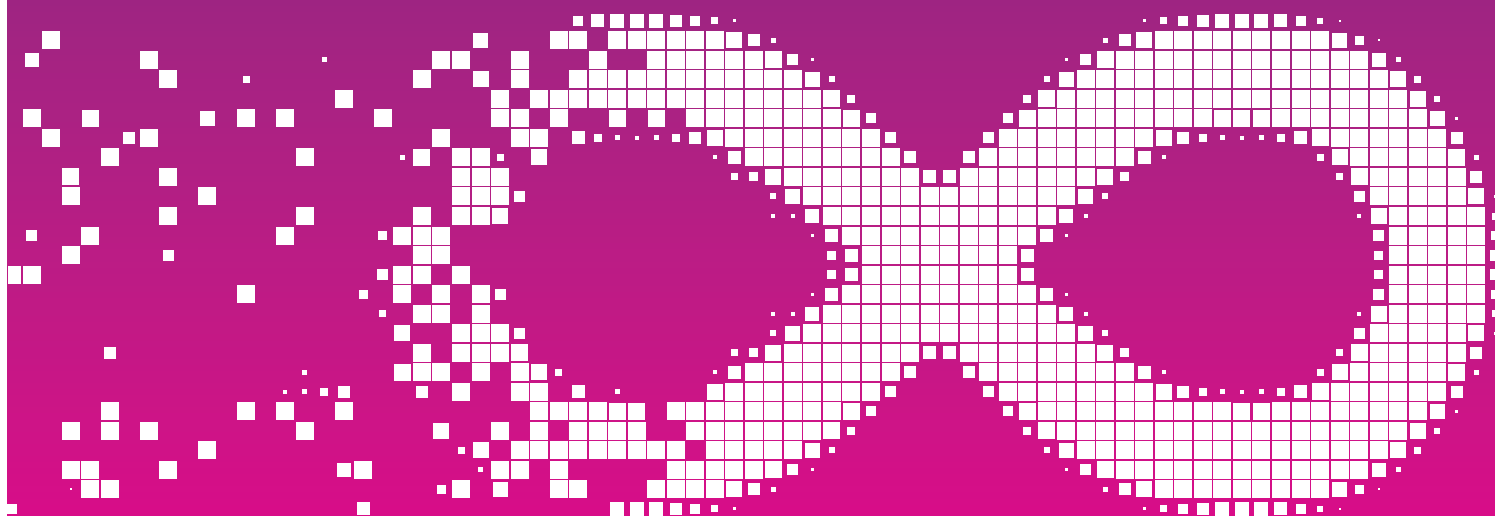
HISTOIRE DES SCIENCES
**DES NATURALISTES
SUR LES TRACES
DE LA NEIGE ROUGE**



OCTOBRE 2019
N° 504

VERS UNE NOUVELLE THÉORIE DE L'INFINI

**L'hypothèse du continu
bientôt prouvée?**





Certifié PEFC
Ce produit est issu de forêts gérées durablement et de sources contrôlées.
10-31-1282 pefc-france.org

**E
DITO**



**MAURICE
MASHAAL**
Rédacteur
en chef

LES VÉRITÉS MATHÉMATIQUES NE SONT PAS TOUTES IMMUABLES

On peut aimer les mathématiques pour des raisons diverses: pour leur côté ludique, pour leur utilité dans les sciences et la technologie, pour la rigueur des raisonnements, pour la beauté des démonstrations... Beaucoup les aiment pour une caractéristique fort rassurante dans un monde si instable: la permanence des théorèmes et autres résultats produits par cette discipline. Contrairement aux autres sciences comme la physique, où une théorie peut être remplacée par une autre, plus fidèle à la réalité et fondée sur des concepts très différents, les mathématiques apportent en effet des vérités éternelles, comme: «Il existe une infinité de nombres premiers» ou: «La relation de Pythagore s'applique à tout triangle rectangle».

Il convient cependant de nuancer. Bien que les mathématiques soient aujourd'hui assises sur des systèmes d'axiomes bien solides, les logiciens ont démontré que dans toute théorie axiomatique assez puissante pour englober l'arithmétique usuelle, on peut formuler des énoncés indécidables, c'est-à-dire dont la théorie ne peut ni prouver qu'ils sont vrais, ni prouver qu'ils sont faux.

Ces énoncés indécidables ne sont généralement pas gênants, mais l'une des exceptions est «l'hypothèse du continu». Elle stipule qu'entre l'infini le plus petit, celui des nombres entiers, et l'infini des nombres réels, il n'existe pas d'intermédiaire. Or certains mathématiciens refusent d'admettre que l'hypothèse du continu soit indécidable. Ils cherchent donc à étendre le système axiomatique à la base des mathématiques de telle façon que cet énoncé, ou sa négation, puissent être prouvés. Comme Jean-Paul Delahaye l'explique dans ce numéro (voir pages 26 à 36), les travaux récents de l'Américain Hugh Woodin sur les grands ensembles infinis laissent penser que l'objectif est à notre portée. S'il est atteint, l'hypothèse du continu deviendra vraie... tandis que son indécidabilité deviendra fausse. Peut-être plus important encore, une nouvelle théorie de la hiérarchie des infinis s'imposera. ■