

LA CHRONIQUE DE
VIRGINIE TOURNAY

LE FUTUR DU PASSÉ EST-IL ASSURÉ ?

La muséographie moderne, qui privilégie l'expérience individuelle et sensible, et internet, qui affiche des visions concurrentes, transforment la connaissance de l'histoire.



Dimanche 25 août 2019. Pour le 75^e anniversaire du Paris délivré de ses oppresseurs, le musée de la Libération a été entièrement réaménagé dans les pavillons Ledoux, lieu patrimonial qui fut le siège de la Résistance. Conçue pour rendre l'histoire le plus « vivante » possible, la visite est truffée de cartes interactives et de technologies de réalité augmentée. Ces outils numériques peuvent-ils renforcer notre connaissance des faits historiques et notre mémoire collective ? En fait, savoir et mémoire mobilisent des ressorts différents de la confiance.

Tout d'abord, les scénographies numériques facilitent une appropriation « expérientielle » de l'histoire, c'est-à-dire l'acquisition d'une connaissance sensible des faits à partir du vécu de ses personnages. Ainsi, la reconstitution virtuelle amène le visiteur, plongé dans la peau d'un résistant grâce à un casque de réalité augmentée, à revivre l'ambiance et les événements de ce lieu confiné.

Donner une représentation visuelle au passé à partir de la numérisation des archives alimente de nombreux projets muséographiques. Ainsi, l'exposition « Les Cités millénaires », à l'Institut du monde arabe, en 2018, doit son succès aux mises en scène immersives de patrimoines détruits par la guerre comme à Palmyre, Alep ou Mossoul.

Le numérique bouleverse les supports traditionnels de notre mémoire collective

C'est avant tout une histoire par le bas qui est proposée. Qu'il s'agisse de remonter aux origines de la vie avec le Muséum national d'histoire naturelle ou de transmettre le ressenti de peintures à l'atelier des Lumières, les techniques immersives ont le vent en poupe.

Cependant, parallèlement à ces possibilités de reconstitution du passé, le numérique bouleverse les supports traditionnels de notre mémoire collective, structurés par les bibliothèques, les archives et les musées. Avant internet, la confiance dans notre récit historique partagé découlait de la synchronisation mémorielle que nous procuraient les livres, les sources primaires et les collections d'objets historiques dans des lieux dédiés.

Par exemple, ce croisement des contenus nous assure aujourd'hui de l'existence passée des ravages causés par les maladies infectieuses et du tournant opéré par la vaccination : les archives médicales donnent accès à l'épidémiologie animale et humaine de la rage aux XIX^e et XX^e siècles, de nombreux récits décrivent les symptômes de cette grave pathologie et le musée Pasteur conserve les instruments scientifiques à l'origine des découvertes de l'illustre savant.

Mais avec internet et la structure distribuée du web mondial, on assiste à une (ré)écriture collaborative des faits, plusieurs récits mémoriels étant mis en concurrence, avec une amplification des thèses complotistes, pseudoscientifiques et révisionnistes. Et le tri algorithmique effectué par les moteurs de recherche accentue ces biais en présentant aux internautes des contenus en phase avec leur historique de navigation.

Ainsi, la révolution muséographique favorise l'expérience individuelle et sensible du récit historique, tandis que la Toile multiplie les discours concurrents sur le passé et ses interprétations. Il y a là deux écueils à surmonter, sans quoi le numérique fragilisera le futur du passé en mettant à mal la hiérarchie des faits. Le relativisme doit être contrebalancé par la conscience partagée du progrès et du tragique de l'histoire. Et face au risque de privatisation de la mémoire collective, rappelons les propos d'Ariane Mnouchkine, directrice du théâtre du Soleil : l'histoire de l'humanité et les cultures appartiennent à tout le monde. ■

VIRGINIE TOURNAY, biologiste de formation, est politologue et directrice de recherche du CNRS au Cevipof, à Sciences Po, à Paris.

L'ESSENTIEL

> La théorie usuelle des ensembles, à la base des mathématiques, repose sur un système d'axiomes noté ZFC. Elle constitue une théorie des infinis, dont il existe toute une hiérarchie.

> Selon « l'hypothèse du continu », il n'existe pas d'infini intermédiaire entre celui des nombres entiers et celui des nombres réels.

> Dans la théorie ZFC, cette hypothèse est indémontrable.

> On cherche à compléter la théorie ZFC par des axiomes raisonnables qui permettraient de lever l'indécidabilité de l'hypothèse du continu.

> L'Américain Hugh Woodin a récemment indiqué une voie prometteuse vers cet objectif.

L'AUTEUR



JEAN-PAUL DELAHAYE
professeur émérite
à l'université de Lille
et chercheur au laboratoire
Cristal (Centre de recherche
en informatique, signal
et automatique de Lille)

En finir avec l'hypothèse du continu

L'existence ou non d'un infini intermédiaire entre celui des nombres entiers et celui des nombres réels est une question que les mathématiciens et les logiciens pensaient impossible à trancher. Mais l'Américain Hugh Woodin est d'un avis contraire. Et ses travaux récents indiquent une voie possible pour résoudre cette énigme centrale posée par l'infini.

Le concept d'infini a de tout temps été une source d'importantes difficultés. Philosophes et théologiens ont eu à son propos d'interminables et assez stériles discussions, et les mathématiciens eux-mêmes n'ont commencé à manier l'infini de façon précise et satisfaisante qu'à partir du XIX^e siècle. Notamment, on avait conscience de rencontrer en mathématiques différents types d'infini, mais on ne savait pas comment les caractériser ni les comparer.

On faisait face à ce qui semblait être des absurdités. Par exemple, en multipliant par 2 chaque nombre entier, on établit une correspondance « biunivoque » entre les entiers et les nombres pairs : $1 \leftrightarrow 2$, $2 \leftrightarrow 4$, $3 \leftrightarrow 6$, $4 \leftrightarrow 8$, $5 \leftrightarrow 10$, etc. De cette façon, à tout entier n correspond un unique entier pair $p=2n$; inversement, à tout entier pair p correspond un unique entier (pair ou impair) $n=p/2$. Cette correspondance biunivoque >

➤ suggère qu'il y a autant d'entiers pairs que d'entiers pairs et impairs réunis, lesquels paraissent pourtant deux fois plus nombreux que les seuls entiers pairs!

Dans les années 1870, le mathématicien allemand Georg Cantor a proposé d'utiliser cette propriété de correspondance biunivoque, ou bijection, pour comparer entre eux des ensembles constitués d'une infinité d'éléments. Cela ne conduit directement à aucune contradiction; d'ailleurs, on peut définir un ensemble infini comme étant un ensemble qui est en bijection avec une partie (au sens strict) de lui-même – définition dont on vérifie facilement le bien-fondé sur notre exemple des entiers et des entiers pairs.

Partant de là, Cantor a pu construire une théorie des ensembles qui constitue une théorie mathématique de l'infini et qui est aujourd'hui le socle sur lequel se développent toutes les mathématiques. L'axiomatisation de la théorie des ensembles a fait surgir quelques difficultés, mais celles-ci ont pour l'essentiel fini par être résolues: on dispose, depuis le

début du xx^e siècle, d'un système d'axiomes qui n'a fait apparaître jusqu'ici aucune contradiction dans les travaux des mathématiciens.

Cette théorie axiomatique des ensembles est juste un peu faible en ce sens qu'elle laisse définitivement sans réponse certaines questions élémentaires comme celle dite de «l'hypothèse du continu», que l'on explicitera plus loin. Améliorer la théorie pour qu'elle réponde mieux à ces questions, tel est l'objectif de ceux qui mènent aujourd'hui des recherches dans le domaine de la théorie des ensembles.

RÉPONDRE À DES QUESTIONS QUI ÉTAIENT A PRIORI SANS RÉPONSE

Or des résultats très intéressants ont été obtenus dans cette direction au cours de la dernière décennie, et l'un des principaux protagonistes de cette histoire est Hugh Woodin. Ce mathématicien travaillant aujourd'hui à l'université Harvard, aux États-Unis, a la profonde conviction que l'énigme de l'hypothèse du continu dispose d'une solution, c'est-à-dire que

L'INFINI DÉNOMBRABLE ET LE CONTINU

Pour comparer les tailles d'ensembles E_1 et E_2 constitués d'une infinité d'éléments, on cherche à savoir s'il existe une bijection (une correspondance biunivoque) entre les éléments de E_1 et ceux de E_2 . Si c'est le cas, on dit que E_1 et E_2 sont équipotents, ou qu'ils ont le même cardinal.

Un ensemble infini qui est équipotent à l'ensemble $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}$ des entiers naturels est dit «dénombrable». On constate aisément que, par exemple, l'ensemble des nombres pairs (a), l'ensemble des multiples de 5 (b), l'ensemble $\mathbb{Z}$ des entiers relatifs (c) sont dénombrables. On peut aussi montrer facilement que l'ensemble $\mathbb{Q}$ des nombres rationnels (ceux qui, comme $1/2$ ou $7/3$, peuvent s'écrire sous la forme p/q , où p et q sont des entiers) est dénombrable. Il en est de même de l'ensemble des couples (p, q) d'entiers, des triplets (u, v, w) de nombres rationnels, etc.

En revanche, l'ensemble des nombres réels compris entre 0 et 1 (par exemple) n'est

pas dénombrable. En voici une démonstration. Supposons que cet ensemble $[0, 1]$ soit dénombrable. On pourrait alors énumérer ses éléments un à un, ce qui donnerait une liste infinie (mais dénombrable) de nombres du type :

$0, d_{1,1} d_{1,2} d_{1,3} d_{1,4} d_{1,5} d_{1,6} \dots$
 $0, d_{2,1} d_{2,2} d_{2,3} d_{2,4} d_{2,5} d_{2,6} \dots$
 $0, d_{3,1} d_{3,2} d_{3,3} d_{3,4} d_{3,5} d_{3,6} \dots$
 $0, d_{4,1} d_{4,2} d_{4,3} d_{4,4} d_{4,5} d_{4,6} \dots$
 $\dots$

où les $d_{i,j}$, $d_{i,2}$, $d_{i,3}$, etc. sont les chiffres du développement décimal du i -ième nombre de la liste (on exclut ici les développements décimaux qui se terminent par une infinité de 9). Formons alors un nombre $x = 0, d_1 d_2 d_3 d_4 \dots$ tel que $d_1 \neq d_{1,1}$, $d_2 \neq d_{2,2}$, $d_3 \neq d_{3,3}$, etc. (en évitant

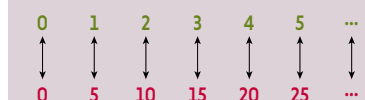
de choisir 9 pour les d_i). On constate que x ne figure pas dans la liste ci-dessus (car quel que soit n , sa n -ième décimale diffère de la n -ième décimale du n -ième nombre de la liste), alors que x est bien un nombre réel compris entre 0 et 1. Cette contradiction montre que l'hypothèse de départ, à savoir que l'ensemble $[0, 1]$ est dénombrable et donc que ses éléments sont énumérables par une liste, est fausse.

Ainsi, les nombres réels compris entre 0 et 1 ne sont pas dénombrables. Leur infinité est d'un ordre supérieur à celle de $\mathbb{N}$ et l'on parle de l'infini continu, les nombres réels pouvant être représentés par les points d'une ligne continue. Cette représentation géométrique des nombres permet d'ailleurs de voir facilement que l'intervalle $[0, 1]$ est équipotent à, par exemple, l'intervalle $[0, 5]$: deux intervalles de longueurs différentes ont la même infinité de points (d)... On peut aussi démontrer des choses plus étonnantes, par exemple que la surface d'un carré, ou le volume d'un cube, contient la même infinité de points qu'un segment de droite.

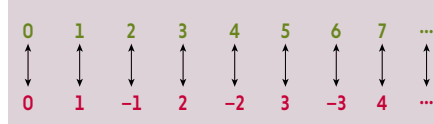
a L'ensemble des nombres pairs est dénombrable



b L'ensemble des multiples de 5 est dénombrable



c L'ensemble des entiers relatifs est dénombrable



d L'ensemble des points d'un segment de longueur 1 est équipotent à l'ensemble des points d'un segment de longueur 5

