

> magnétique et malgré tout de s'approcher d'un régime le plus réaliste possible.

Ces simulations numériques ont mis en évidence la possibilité d'enclencher l'effet dynamo dans des modèles du noyau liquide terrestre. Tous les éléments de la théorie de Larmor semblent donc réunis. Et une fois que l'effet dynamo s'enclenche, l'intensité du champ magnétique augmente jusqu'à ce que la force – dite « de Laplace » – que ce champ exerce sur le fluide conducteur rivalise avec la force de Coriolis. On atteint, alors, un régime d'équilibre où le champ magnétique compense les contraintes de la rotation rapide: les colonnes de convection disparaissent, comme on l'observe dans mes simulations de 2016 (voir les figures page 45).

UN SYSTÈME NON LINÉAIRE

Ce type de simulations s'appuie sur des équations que l'on résout par des méthodes numériques, donc par des méthodes d'approximation. L'étude rigoureuse de ces équations est aussi un défi pour les mathématiciens. Leur analyse commence au lendemain de la Seconde

Guerre mondiale, lorsque le physicien d'origine allemande Walter Elsasser en a donné l'expression moderne sous la forme d'un système d'équations magnétohydrodynamiques qui décrivent l'instabilité proposée par Larmor. Le système comprend trois équations: l'équation de Navier-Stokes (intrinsèquement non linéaire), qui régit le mouvement du fluide, l'équation d'induction du champ magnétique, qui décrit la formation du champ magnétique et les effets de l'induction, et une troisième équation, qui porte sur les transferts thermiques au sein du fluide. Le système de ces trois équations est difficile à résoudre, car il est non linéaire – notamment parce que le mouvement du fluide donne naissance au champ magnétique, qui agit en retour, par la force de Laplace, sur l'écoulement du fer liquide.

Comme pour les simulations numériques, la difficulté de résolution de ces équations réside en partie dans les valeurs prises par leurs paramètres, associées à des caractéristiques, parfois extrêmes, de la Terre. Par exemple, la force de Coriolis est plusieurs milliards de fois plus intense que celles liées à la

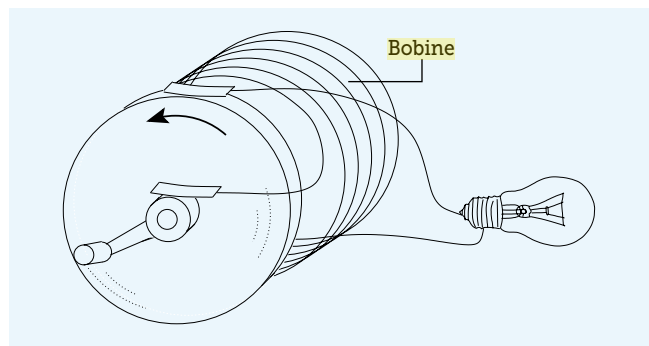
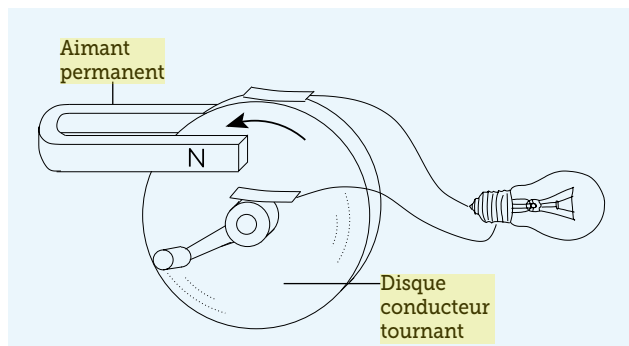
EFFET DYNAMO AUTOEXCITÉ: LE RÔLE DE L'INSTABILITÉ

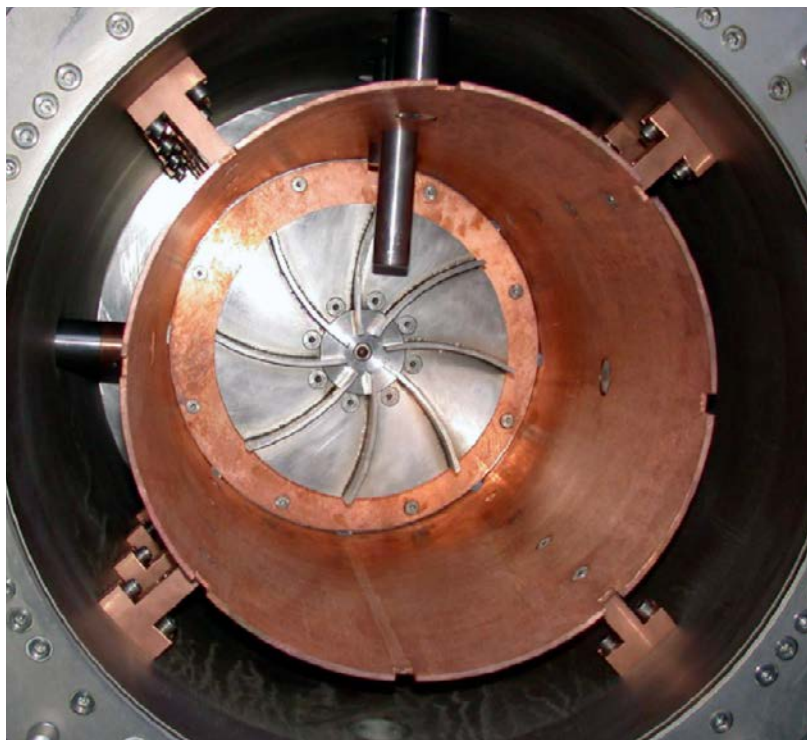
Dans une dynamo de vélo, le mouvement de la roue entraîne un aimant permanent dans un bobinage. D'après les lois de l'électromagnétisme, les variations du champ magnétique créent un courant électrique dans la bobine. Dans un dispositif équivalent (ci-dessous, à gauche), le courant est produit grâce au mouvement d'un disque conducteur tournant dans un champ magnétique fixe. Mais comment produire un courant électrique sans aimant permanent, comme cela semble être le cas pour la Terre ? Joseph Larmor a proposé une solution en 1919 : l'effet dynamo autoexcité. Pour illustrer l'idée, reprenons le dispositif précédent et remplaçons l'aimant par une bobine. Lorsqu'un courant circule dans la bobine, il crée un champ magnétique qui peut jouer le rôle de l'aimant du montage précédent. Dès lors, on obtient une dynamo ; un courant électrique est produit et, si le bobinage s'enroule dans le bon sens, ce courant créera à son tour un champ magnétique qui viendra renforcer le champ initial, etc. C'est par une telle

amplification qu'on obtiendrait un champ magnétique à l'échelle d'une planète !

Mais une question se pose, celle dite « de l'œuf et de la poule » : lequel, du champ magnétique ou du courant électrique, était là en premier ? Il s'agit en fait d'une fausse question. Au-delà d'une certaine vitesse de rotation du disque conducteur, tout courant ou champ magnétique, aussi petit soit-il, pourvu qu'il soit non nul, sera amplifié. C'est ce que l'on nomme une instabilité. Divers phénomènes ou sources extérieures au dispositif peuvent provoquer cet élément déclencheur (effet thermoélectrique, source externe de champ magnétique, etc.).

Un exemple plus familier d'instabilité est l'« effet Larsen ». Au-delà d'une certaine amplification, un son, aussi petit soit-il, pourvu qu'il soit non nul, est capté par le micro, amplifié par le haut-parleur et croît jusqu'à devenir strident. L'origine du son initial n'a pas d'importance : au-delà d'une certaine amplification, l'effet est systématique.





En 2006, l'expérience VKS (pour *Von Karman sodium*), à Cadarache, en France, a reproduit l'effet dynamo autoexcité. Le fluide, du sodium liquide, était brassé dans un cylindre par deux disques munis de pales (au fond, en gris) et mis en rotation à ses extrémités, les deux disques tournant en sens inverses. En faisant tourner les deux disques à des vitesses différentes, les chercheurs ont observé pour la première fois le phénomène d'inversion du champ magnétique.

viscosité du fluide. De telles différences d'échelles se retrouvent aussi dans l'évolution temporelle: la rotation propre de la Terre, sur vingt-quatre heures, influe de façon évidente sur la génération du champ géomagnétique (en conférant à celui-ci sa structure principalement dipolaire alignée en moyenne sur l'axe de rotation de la planète), mais l'évolution du champ magnétique présente des temps caractéristiques qui s'expriment plutôt en siècles, voire plus (comme pour les inversions de polarité). Ces différences d'échelle rendent très difficile l'étude de ces équations.

DES ÉQUATIONS RAIDES

Si l'on néglige, en première approximation, tous les petits paramètres (des rapports adimensionnels plus petits que le millionième), on obtient des équations simplifiées, mais que l'on ne sait en général pas résoudre à l'heure actuelle. On n'a même pas démontré, pour ces équations, l'existence de solutions « régulières » (c'est-à-dire physiquement acceptables et non aberrantes, exemptes par exemple d'oscillations infiniment rapides). Obtenir la solution dans cette limite négligeant les petits paramètres, nommée « état de Taylor » (introduite en 1963 par le physicien britannique John Bryan Taylor), constitue aujourd'hui encore un formidable défi mathématique.

En 2015, Paul Roberts et Cheng-Chin Wu, de l'université de Californie à Los Angeles, ont

réalisé les premiers modèles numériques pour l'état de Taylor, et dans une configuration simplifiée. En 2017, Isabelle Gallagher, de l'École normale supérieure, à Paris, et David Gérard-Varet, de l'université Paris-Diderot, ont étudié la régularité mathématique d'un cas particulier de l'état de Taylor où les équations non linéaires sont prises dans une limite linéarisée et dans une géométrie idéalisée.

De façon surprenante, en réintroduisant les petits paramètres que l'on avait négligés (on parle de développement asymptotique), on peut obtenir des solutions. Mais les équations restent particulièrement difficiles à étudier (on parle de systèmes raides).

En 2015, Michael Calkins, de l'université du Colorado à Boulder, aux États-Unis, et une équipe internationale ont combiné l'approche asymptotique avec l'approche numérique, dans le cas où le champ magnétique est assez faible. En 2016, j'ai développé une simulation de dynamo à champ fort (c'est-à-dire pour lesquelles le champ magnétique s'équilibre avec la force de Coriolis), évoquée précédemment. Diverses équipes dans le monde se livrent toujours à une course aux paramètres le plus réalistes possible.

Une autre approche repose sur la démonstration expérimentale de l'effet dynamo autoexcité. La tâche est complexe, car elle nécessite de mettre en mouvement de gros volumes de métaux liquides; en effet, pour de petits volumes, la dissipation des courants électriques est trop efficace pour être compensée par le mouvement du fluide. À ce jour, seules trois expériences ont reproduit l'effet dynamo autoexcité dans un fluide conducteur en laboratoire.

UNE DYNAMO EN LABORATOIRE

Les deux premières ont fonctionné à quelques mois d'écart en 1999 en Allemagne, à Karlsruhe, et en Lettonie, à Riga. Dans les deux cas, l'écoulement d'un métal liquide (du sodium, qui fond juste en dessous de 100 °C) était fortement contraint à l'aide de tuyaux. Les géométries de ces écoulements ont été choisies pour s'approcher d'écoulements connus analytiquement dont on connaissait les propriétés dynamo. Ces deux premières expériences ont confirmé que le mécanisme de Larmor est réalisable. Les champs magnétiques produits ont augmenté jusqu'à ce que la force de Laplace freine assez l'écoulement pour cesser leur amplification. Ces expériences n'exhibaient cependant pas d'inversions, car la géométrie des écoulements était trop contrainte.

En 2006, la troisième expérience, nommée VKS et réalisée en France, à Cadarache, a permis d'obtenir l'effet dynamo autoexcité dans un écoulement turbulent peu contraint. Le sodium liquide était brassé dans une cavité ➤