

2

> quelconques d'entre eux, si proches soient-ils, il en existe un troisième. Si nous continuions à diviser l'intervalle physique entre deux points, nous atteindrions finalement des échelles si petites que le concept même de distance cesserait d'avoir du sens. On considère qu'à l'échelle de la gravitation quantique, environ $1/10^{20}$ de la taille d'une particule subatomique, ce serait le cas. [...] Les nombres réels sont choisis en physique pour leur utilité mathématique, leur simplicité et leur élégance, et aussi parce qu'ils s'accordent sur un grand intervalle avec les concepts physiques de distance et de temps, [...] mais ils ne sont pas en accord avec les concepts physiques sur toutes les échelles.»

LA CARTE N'EST PAS LE TERRITOIRE

Toutefois, pour le physicien et philosophe des sciences français Hervé Zwirn, la difficulté est levée quand on distingue ce que l'on représente et ce qui est représenté : le modèle mathématique n'est pas la réalité modélisée. Il ajoute : « Les nombres réels ne sont pas des objets

physiques qui existent dans l'espace, ils ne sont que des modes de représentation qui permettent de se référer à des objets physiques. » Pour lui, il n'y a donc pas de problème grave lié à l'utilisation des nombres réels en physique.

Cependant, en utilisant les nombres réels en physique, on opère une surreprésentation de la réalité : les concepts mathématiques utilisés sont bien plus riches en informations que ne l'est la réalité visée. D'habitude, c'est le contraire ! On modélisera par exemple un réseau routier par un graphe mathématique qui contient moins d'informations que le réseau véritable. De même, les neurones formels sont des simplifications discrètes et finies de la complexité biologique des neurones biologiques.

Récemment, Nicolas Gisin, physicien à l'université de Genève, a dénoncé l'une des conséquences de l'utilisation des nombres réels en physique.

On oppose souvent la mécanique classique et la mécanique quantique en affirmant que la première est déterministe alors que la seconde

LA QUESTION DU DÉTERMINISME

La mécanique classique est généralement considérée comme déterministe. L'idée de ce déterminisme a été magistralement exprimée par Pierre-Simon de Laplace dans son essai sur les probabilités de 1814 : « Nous devons envisager l'état présent de l'univers comme l'effet de son état antérieur, et comme la cause de celui qui va suivre. Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvements des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome : rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir, comme le passé, seraient présents à ses yeux. »

Selon Nicolas Gisin, ce déterminisme provient d'une utilisation trompeuse des nombres réels. Ce physicien de l'université de Genève propose de considérer que les nombres réels décrivant l'état initial d'un système physique ne sont fixés que partiellement (c'est-à-dire avec quelques chiffres significatifs) et que ce n'est que plus tard, au cours de l'évolution du système, que les chiffres donnant plus de précisions se déterminent progressivement, et cela d'une manière aléatoire. Cette version non déterministe de la mécanique classique est empiriquement équivalente à sa version usuelle. Symétriquement, Nicolas Gisin insiste sur l'existence de versions déterministes non réfutées de la mécanique quantique, théorie que l'on considère en général comme intrinsèquement indéterministe. Finalement, pour lui et d'autres philosophes des sciences, la question du déterminisme n'est pas une question scientifique.



Pierre-Simon, marquis de Laplace (1749-1827), portrait de Jean-Baptiste Paulin Guérin.

3

TOUS LES CHIFFRES IMPORTENT

En physique classique, on utilise des nombres réels pour représenter les variables physiques. On considérera par exemple la fonction continue f vérifiant $f(x) = 2x$ si x est compris entre 0 et $1/2$, et $f(x) = 2(1 - x)$ si x est compris entre $1/2$ et 1, pour représenter l'évolution de la coordonnée longitudinale d'un point quand on applique la transformation du boulanger à une pâte qui est allongée puis repliée en deux sur elle-même de manière répétée (on itère l'application de la fonction f à la coordonnée initiale).

L'étude de cette transformation déterministe illustre l'importance de tous les chiffres du nombre réel x donnant la coordonnée d'un point initial quand on suit sa position lors de la manipulation répétée du boulanger. On observe le phénomène de la « montée des chiffres » : les chiffres les plus loin dans le développement en base 2 de x prennent progressivement de plus en plus d'importance en s'approchant de la virgule. Prenons par exemple pour coordonnée initiale le nombre x_0 , qui, écrit en base 2, est :

$x_0 = 0,0100100010000100000100000010000001...$

La suite des nombres $x_n = f(x_{n-1})$ donnant sa position quand on applique successivement la transformation du boulanger est représentée ci-dessous.

$x_0 = 0,0100100010000100000100000010000001...$

$x_1 = 0,100100010000100000100000010000001...$

$x_2 = 0,11011101111011111011111101111110...$

$x_3 = 0,01000100001000001000000100000001...$

$x_4 = 0,1000100001000001000000100000001...$

$x_5 = 0,111011110111110111110111110111110...$

$x_6 = 0,00100001000001000000100000001...$

$x_7 = 0,0100001000001000000100000001...$

$x_8 = 0,100001000001000000100000001...$

est indéterministe. Pour Nicolas Gisin, il s'agit là d'une illusion, et elle est due à l'usage des nombres réels pris trop au sérieux et de la confusion déjà évoquée entre modèle et réalité.

Pour Nicolas Gisin, « la physique classique n'est déterministe que si l'on attribue à l'outil que sont les nombres réels une signification physique. Dès que l'on réalise que les nombres réels mathématiques ne sont « pas vraiment réels », c'est-à-dire qu'ils n'ont aucune signification physique, il s'ensuit que la physique classique n'est pas déterministe. »

En effet, quand on considère l'évolution d'un système physique, par exemple quelques particules ponctuelles à partir d'une situation initiale donnée, elle n'est effectivement déterminée de manière unique et calculable instant après instant qu'à la condition que les données initiales (les positions et vitesses des particules) soient connues avec une précision infinie. Cela revient à prendre au sérieux que les variables physiques sont bien équivalentes à des nombres réels comportant une infinité de décimales.

UNE MÉCANIQUE QUI NE SUPPOSE PAS D'INFORMATIONS INACCESSIBLES

Nicolas Gisin a imaginé une théorie équivalente à la mécanique classique dans laquelle on considère que le système initial dont on étudie l'évolution n'est connu qu'avec une précision limitée, et que ce n'est qu'une fois que le système physique évolue et lorsque c'est nécessaire que les décimales non connues au départ sont fixées, cela de manière différée et aléatoire. Il défend que « cette alternative à la mécanique classique est plus naturelle, car elle ne suppose pas d'informations inaccessibleles. »

Tout ce qu'est capable de prévoir la mécanique classique est prévu de la même façon par la mécanique alternative de Gisin, et nous avons autant de raisons de croire en cette mécanique non déterministe que nous en avons de croire en la mécanique classique déterministe.

Nicolas Gisin en déduit que la question : « La physique classique est-elle déterministe ? » n'est pas une question scientifique.

Pour compléter sa démonstration, il revient sur la théorie de De Broglie-Bohm de la mécanique quantique qui, en utilisant l'idée qu'existeraient des variables cachées, propose une version déterministe de la mécanique quantique. Bien que cette théorie ait peu de défenseurs, elle n'a pas été réfutée et on peut donc affirmer que, pas plus que la mécanique classique ne décrit vraiment un monde déterministe, la mécanique quantique n'en décrit un vraiment indéterministe.

La mécanique classique et la mécanique quantique sont chacune, au choix, déterministe ou non déterministe et il n'existe pas de moyen empirique pour départager les options. Hervé Zwirn est d'accord avec Nicolas Gisin sur ce point de vue : « La question de savoir si la nature est déterministe ou pas est une fausse question épistémologique qui n'a pas de solution. Elle semble grammaticalement poser une question qui concerne la nature elle-même alors qu'en fait, elle concerne nos moyens de description. »

Une autre raison doit nous rendre méfiants vis-à-vis des nombres réels utilisés en physique. Elle est liée à l'existence des principes de finitude : de même qu'il existe un principe physique fondamental stipulant qu'aucun objet réel et qu'aucune information ne peut voyager ➤