

des réserves sur ce que l'on peut attendre des ordinateurs quantiques. Pour lui, croire aux pouvoirs colossaux des ordinateurs quantiques, c'est croire à la possibilité de la manipulation physique de nombres comportant une très grande quantité de décimales, et c'est donc presque croire à l'existence physique des nombres réels et à la capacité de placer dans un espace fini une quantité illimitée d'informations.

À propos de la mise en œuvre de l'algorithme de Shor, Leonid Levin écrivait: «Le problème majeur réside dans l'idée que les équations quantiques de base restent valides avec plusieurs centaines, voire plusieurs millions, de décimales, car c'est là que résident les chiffres significatifs des amplitudes quantiques pertinentes. Or nous n'avons jamais vu de loi physique valable sur plus d'une dizaine de décimales et, en physique, la prise en compte de nouvelles décimales supplémentaires exige en général de repenser en profondeur les concepts de base d'une théorie.»

Pablo Arrighi insiste au sujet de la mécanique quantique sur la séparation en deux du principe de densité finie d'information: il y a d'un côté l'idée qu'il serait impossible que trop de qubits (bits quantiques) soient présents dans un même dispositif contenu dans un volume fini, et il y a de l'autre l'affirmation des limites aux nombres de décimales des nombres réels utilisés par nos théories (y compris la mécanique quantique).

Aujourd'hui, la réalisation d'ordinateurs quantiques progresse et on réussit avec eux à factoriser des entiers de 7 chiffres. Le nombre 56153 a ainsi été factorisé par un système quantique, avec pour résultat 233×241 . Le record atteint en 2018 semble être $4088459 = 2017 \times 2027$. Reste que les ordinateurs classiques sont pour l'instant bien supérieurs aux ordinateurs quantiques; par exemple, ils factorisent assez facilement des entiers de 100 chiffres. Les lents progrès du côté quantique ne font guère craindre pour la cryptographie dans l'immédiat. Un rapport de l'Académie des sciences des États-Unis paru en 2019 (voir la bibliographie) décrit la situation des recherches en calcul quantique; il est venu refroidir l'enthousiasme excessif des médias en indiquant par exemple qu'il n'y a rien à craindre en cryptographie, au moins pour les dix années à venir.

Même si l'on ne peut pas statuer sur l'objection de Leonid Levin, peut-être faut-il s'interroger sur le principe de densité finie d'information: concerne-t-il la mécanique quantique et sous quelle forme précisément?

Puisque les nombres réels utilisés en physique sont dangereux et sources d'illusions, comment les éviter?

Du côté des mathématiques, plusieurs options se présentent. Plutôt que d'utiliser les nombres réels, on pourrait n'utiliser que les nombres rationnels (nombres quotients de deux

entiers). Il serait gênant cependant de ne plus avoir le nombre $\sqrt{2}$!

On pourrait agrandir un peu cet ensemble de nombres en y ajoutant tous les nombres algébriques, qui sont les solutions d'équations polynomiales à coefficients entiers. Notre $\sqrt{2}$ serait alors un nombre acceptable... mais pas le nombre π qui est non algébrique (transcendant). On pourrait considérer tous les nombres calculables, c'est-à-dire définissables par algorithmes. Cette fois, π serait dans le corps de ces nombres calculables, qui est dénombrable: il a autant d'éléments qu'il y a de nombres entiers. Le corps des nombres calculables a d'assez bonnes propriétés et on a étudié sérieusement l'idée d'en faire une base pour la physique, par exemple dans le livre *Computability in Analysis and Physics*, de Marian Pour-El et Ian Richards (Cambridge University Press, 1989 et 2017).

Hélas, avec ces approches, il reste vrai qu'entre deux nombres, il y en a toujours une infinité d'autres. Il n'y a pas non plus de limite à la quantité d'informations contenue dans ces nombres. De plus, l'analyse mathématique que l'on construit avec eux est sensiblement plus compliquée que l'analyse classique. D'où un faible intérêt de la part des physiciens.

LIMITER L'USAGE DES NOMBRES RÉELS?

Du côté des physiciens, diverses approches qui limitent l'usage des nombres réels ont été tentées. La plus importante est sans doute la théorie de la gravitation quantique à boucles, dont Carlo Rovelli, à l'université de Marseille, est un promoteur (voir Pour la Science de juin 2019). La théorie résulte de la volonté de concilier la notion d'espace-temps de la relativité générale et la mécanique quantique. Elle propose avec sérieux l'idée d'un espace discret. Le formalisme mathématique des réseaux de spin, des graphes portant localement une information finie et dont les nœuds forment l'espace, évite en un sens les volumes finis ayant une densité infinie d'information. Il constitue donc un bon début de réponse aux problèmes évoqués, même si ce n'est pas le but principal de la théorie.

Une conséquence de cette conception de l'espace est qu'en se contractant, les trous noirs finiraient, à cause de la non-divisibilité infinie de l'espace, par rebondir et devenir des trous blancs (voir Pour la Science d'août 2019), que l'on tente aujourd'hui d'observer.

Disposerons-nous bientôt d'une théorie utilisable et efficace, proposant des outils mathématiques raisonnables pour modéliser la réalité physique et évitant les pièges des modèles à contenus excessifs d'informations? Nous l'ignorons, mais ce n'est pas impossible. Et dans ce cas, cela prouverait le bien-fondé des soucis que ressentent de nombreux physiciens et philosophes. ■

BIBLIOGRAPHIE

Quantum computing. Progress and prospects, National Academies Press, 2019 (<https://doi.org/10.17226/25196>)

N. Gisin, Indeterminism in physics, classical chaos and Bohmian mechanics. Are real numbers really real?, David Bohm Centennial Symposium, London, Oct. 2017, 2019 (<https://arxiv.org/pdf/1803.06824.pdf>).

P. Arrighi et G. Dowek, The principle of a finite density of information, dans H. Zenil, Irreducibility and Computational Equivalence, Springer, pp. 127-134, 2015.

C. Rovelli et F. Vidotto, Covariant loop quantum gravity: An elementary introduction to quantum gravity and spinfoam theory, Cambridge University Press, 2014.

D. Ruelle, Are real numbers the same for physicists and mathematicians?, 2012 (<https://bit.ly/31rJ3SW>).

L. Levin, Polynomial time and extravagant models, Problems of Information Transmission, vol. 39(1), pp. 92-103, 2003.

R. Penrose, L'esprit, l'ordinateur et les lois de la physique, Dunod, 1997.

L'AUTEUR



LOÏC MANGIN
rédacteur en chef adjoint
à *Pour la Science*

NOUS AURONS DES COQUELICOTS

Un jardin-mandala aux motifs inspirés des logos de compagnies agrochimiques met en valeur les «mauvaises herbes» devenues résistantes aux herbicides.

Fin octobre 2019, on apprenait que le nombre de requêtes visant le groupe allemand de chimie Bayer, *via* sa désormais filiale Monsanto, a explosé aux États-Unis. Près de 43 000 procédures contre le glyphosate, l'herbicide vedette de la firme, et ses possibles effets cancérigènes ont été recensées. Parallèlement, les appels à l'abandon de tous les pesticides de synthèse se multiplient et s'intensifient. Par exemple, près d'un million d'individus ont signé celui de l'association Nous voulons des coquelicots. Nécessité fera peut-être loi, tant les herbicides semblent perdre peu à peu leur raison d'être.

En effet, depuis le milieu des années 1970 et les débuts du recours intensif aux pesticides, le nombre de «mauvaises herbes» résistantes aux herbicides employés à leur rencontre ne cesse de croître, de façon exponentielle. En 2019, l'International Survey of Herbicide Resistant Weeds en comptait 505 dans le monde, dont 52 en France. De ces plantes, l'artiste allemande Eva-Maria Lopez a fait le matériau de l'œuvre qu'elle présente dans le cadre de l'exposition OuVert au Transpalette, à Bourges.

Sous la houlette des commissaires Jens Hauser, chercheur à l'université de Copenhague, et Aniara Rodado, chorégraphe et doctorante à l'École polytechnique, l'événement met en scène plusieurs dizaines d'artistes qui s'attaquent à la grande tendance actuelle, le *green washing*, cette volonté de tout «verdir» en espérant ainsi compenser les dégâts faits à la nature par notre civilisation. C'est un malentendu, car le vert ne correspond qu'aux longueurs d'onde inutiles au végétal puisque simplement réfléchies. Prudence donc avec le vert ! Ainsi,

Le jardin-mandala
We resist, composé
de plantes résistantes
aux herbicides et dont
les motifs sont la fusion
des logos de Bayer
et de Monsanto.

Adam Brown, maître de conférences à l'université d'État du Michigan, met au cœur de son installation le pigment «vert de Paris», toxique car à base d'arsenic, très prisé aux XVIII^e et XIX^e siècles dans les papiers peints (et même les bonbons !) pour retrouver un semblant de nature dans les intérieurs des citadins au moment de la révolution industrielle.

Le vert privilégié par Eva-Maria Lopez est aussi à manier avec précaution. Que fait-elle exactement ? Elle élabore des jardins-mandalas avec des plantes résistantes aux herbicides selon des motifs rappelant les différents logos des sociétés commercialisant ces produits. Celui

