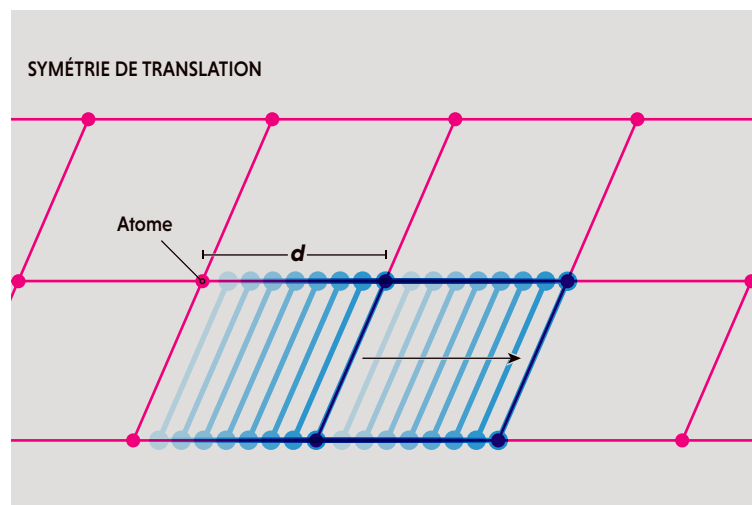


idéalisé et unidimensionnel : des atomes disposés à intervalles réguliers (séparés d'une distance d) sur une droite. Si nous translatons ce cristal un peu vers la droite, nous ne verrons plus la même chose. C'est seulement si nous translatons le cristal de la distance d exactement que nous verrons le même cristal. Ainsi, le cristal idéalisé a un degré réduit de symétrie de translation spatiale, de la même façon qu'un carré a un degré réduit de symétrie de rotation en comparaison avec le cercle.



Les physiciens disent que dans un cristal, la symétrie de translation est « brisée ». Les symétries résiduelles (la translation de longueur d) définissent notre cristal. En effet, si nous savons que la symétrie d'un cristal fait intervenir des translations par multiples de la distance d , alors nous savons où se placent tous les atomes les uns par rapport aux autres.

En deux ou trois dimensions, les motifs cristallins sont beaucoup plus riches que dans le cas unidimensionnel. Il en existe une grande variété, et dans certains cas, ces motifs sont construits en associant des symétries de rotation et de translation. Au xiv^e siècle, les artistes qui ont décoré le palais de l'Alhambra, à Grenade, en Espagne, ont représenté de nombreux motifs possibles de cristaux bidimensionnels. Il existe 17 types de symétries dans un plan bidimensionnel, et les mathématiciens du xix^e siècle ont établi une classification des formes possibles pour les cristaux tridimensionnels.

À l'été 2011, je me préparais à enseigner ce chapitre des mathématiques dans le cadre d'un cours sur l'utilisation des symétries en physique. J'essaie toujours de jeter un regard neuf sur les sujets que je vais présenter et, si possible, y apporter quelque chose de nouveau. Il m'est venu à l'esprit que l'on pourrait étendre la classification des motifs cristallins possibles dans l'espace tridimensionnel à des formes

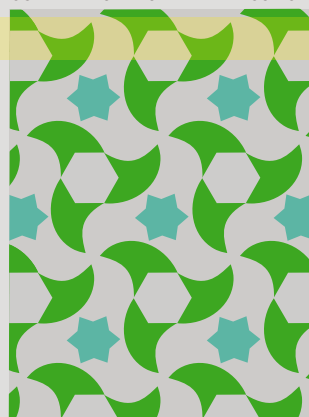
cristallines dans l'espace-temps quadridimensionnel en incluant donc le temps.

Quand j'ai fait part de cette idée à mon collègue Alfred Shapere, aujourd'hui à l'université du Kentucky, il m'a vivement conseillé de considérer deux questions : ces cristaux d'espace-temps décrivent-ils des systèmes concrets ? Conduisent-ils à des états particuliers de la matière ? Ces questions m'ont lancé dans une aventure scientifique étonnante.

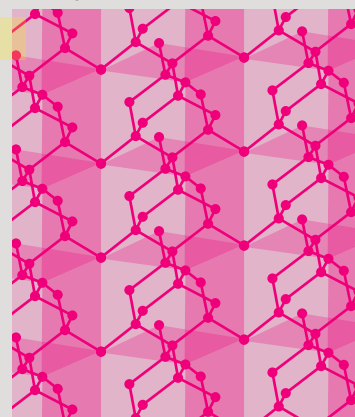
La réponse à la première question vient assez simplement. Alors que les cristaux ordinaires sont des arrangements ordonnés d'objets dans l'espace, les cristaux spatiotemporels sont des arrangements ordonnés d'événements dans l'espace-temps. Reprenons le cas d'un cristal unidimensionnel, où sa seule dimension serait celle du temps. Cela revient donc à chercher des systèmes dont l'état global se répète dans le temps à intervalles réguliers. En fait, de telles configurations nous sont très familières. Par exemple, la Terre retrouve son orientation dans l'espace toutes les 24 heures environ. L'homme a aussi construit des systèmes qui reproduisent un arrangement donné à des intervalles réguliers pour indiquer le temps qui passe : des horloges à pendule, à ressort, à cristaux piézoélectriques ou atomiques.

Certains systèmes concrets familiers constituent également des cristaux spatiotemporels de plus grande dimension. Par exemple, une onde sonore plane (voir la figure page 28) présente un motif périodique, où la hauteur de la surface représente la surpression en fonction de la position et du temps. Des motifs de cristaux spatiotemporels plus complexes sont peut-être difficiles à trouver dans la nature, mais ces idées seraient intéressantes à explorer pour des artistes ou des ingénieurs – imaginez un palais de l'Alhambra dynamique et dopé aux amphétamines !

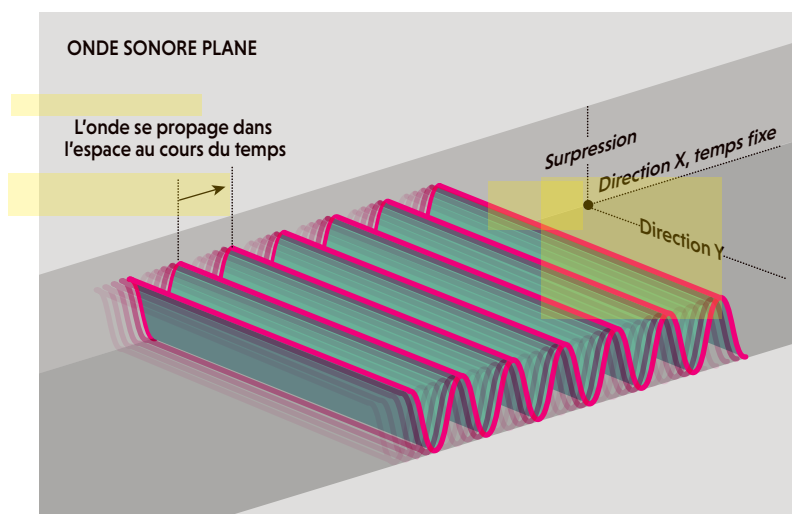
EXEMPLES DE MOTIFS CRISTALLINS COMPLEXES PRÉSENTANT PLUSIEURS SYMÉTRIES



À deux dimensions (comme on en voit au palais de l'Alhambra)



À trois dimensions (structure cristalline du diamant)



> Les cristaux spatiotemporels que nous venons d'évoquer ne font que rassembler sous une nouvelle étiquette des phénomènes déjà connus et n'ont donc rien d'étonnant. Mais si nous nous penchons sérieusement sur la seconde question d'Alfred Shapere, nous entrons dans un domaine physique vraiment nouveau. Pour ce faire, nous devons introduire la notion de brisure « spontanée » de symétrie.

BRISURE « SPONTANÉE » DE SYMÉTRIE

Quand un liquide ou un gaz se refroidit en formant un cristal, quelque chose de fondamentalement remarquable se produit : la solution, obtenue à partir des lois physiques, qui décrit le cristal affiche moins de symétrie que les lois elles-mêmes. Cette diminution de symétrie étant le résultat de la seule baisse de température, sans intervention extérieure particulière, on dit que le matériau brise « spontanément » la symétrie, en l'occurrence la symétrie de translation spatiale dans le cas du cristal.

Une caractéristique importante de la cristallisation est qu'elle s'accompagne d'un changement brutal du comportement du système. Au-dessus d'une certaine température critique (qui dépend de la composition chimique du système et de la pression ambiante), on a un liquide ; au-dessous, on a un cristal, aux propriétés très différentes. C'est ce qui se passe quand l'eau gèle et forme de la glace. La transition se produit de façon prévisible, et elle s'accompagne d'une libération d'énergie (sous forme de chaleur). Lors de cette transition de phase, un changement minime de conditions suffit pour provoquer une réorganisation profonde du liquide en un matériau qualitativement distinct.

La rigidité est une autre de ces propriétés émergentes qui distinguent les cristaux des liquides et des gaz. D'un point de vue microscopique, la rigidité apparaît parce que le motif

organisé des atomes dans un cristal s'étend sur de longues distances et que les atomes du cristal résistent aux tentatives de perturbation de ce motif.

Le principe sous-jacent à la cristallisation est celui de la minimisation de l'énergie du système. Pour certaines conditions de température et de pression, la configuration optimale est atteinte seulement si les atomes s'organisent de façon régulière (ce qui conduit à une réduction de la symétrie du système). La transition est brutale et s'étend au matériau en entier.

Comme la brisure spontanée de symétrie a un rôle très important dans le concept de cristal, j'ai pensé qu'il était important d'explorer la possibilité que la symétrie τ puisse être brisée spontanément. Tandis que je couchais cette idée sur le papier, je l'expliquais à ma femme, Betsy Devine, une journaliste scientifique : « C'est comme un cristal, mais dans le temps. » Son intérêt piqué par mon enthousiasme, elle m'a demandé quel nom je donnais au phénomène. « Brisure spontanée de la symétrie de translation temporelle », lui ai-je répondu. « C'est trop long et trop compliqué, ça ne va pas du tout, » a-t-elle répliqué, « tu devrais plutôt les nommer des "cristaux temporels". » Et bien évidemment, c'est ce que j'ai fait. En 2012, j'ai publié deux articles, dont un coécrit avec Alfred Shapere, qui introduisent cette idée. Un cristal temporel est ainsi un système dans lequel τ est spontanément brisée.

UN PROBLÈME D'ÉNERGIE

Pourquoi a-t-il fallu autant de temps pour que les concepts de τ et de brisure spontanée de symétrie se rejoignent, étant donné que, séparément, ils sont compris depuis de nombreuses années ? C'est parce que τ diffère des autres symétries par un aspect crucial qui rend beaucoup plus subtile la question de sa possible brisure spontanée. Cette différence résulte d'un théorème fondamental que la mathématicienne allemande Emmy Noether a prouvé en 1915. Le théorème de Noether établit un lien entre les principes de symétrie et les lois de conservation : il montre qu'à chaque type de symétrie correspond une quantité conservée. Dans l'application qui nous concerne ici, le théorème de Noether affirme que τ est essentiellement équivalent à la conservation de l'énergie. Inversement, quand un système brise τ , l'énergie n'est pas conservée et cesse d'être une caractéristique utile à la description de ce système.

Or l'argument habituellement avancé pour expliquer pourquoi un système subit une brisure spontanée de symétrie est que cela est favorable énergétiquement (le nouvel état est d'énergie inférieure). Si l'état de plus basse énergie brise la symétrie spatiale et que l'énergie du système est conservée, alors l'état de