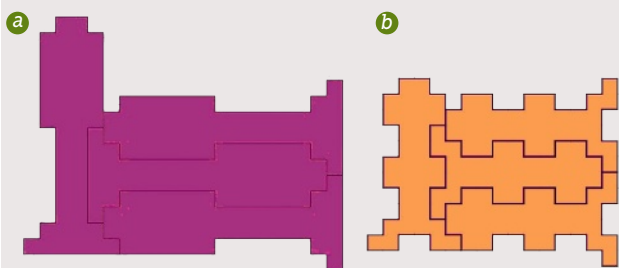


7

POLYOMINOS À AXE DE SYMÉTRIE

Ci-dessous, les polyominos les plus petits connus ayant un axe de symétrie et permettant de construire une tétrade sans trou. La configuration *a*, due à Juris Čerņenoks, utilise un polyomino de 48 carrés ; la seconde, *b*, trouvée à la fois par Frank Rubin et par Karl Scherer, utilise un polyomino de 34 carrés. On ignore si l'on peut faire mieux.



immédiat en considérant les dessins, de les prouver sans son aide, contrairement aux énoncés sur les décomptes qui restent toujours liés à la confiance accordée aux programmes écrits et à leur fonctionnement.

L'énoncé suivant est très joli et, là encore, sa démonstration astucieuse se fait sans ordinateur. Il concerne les trous dans les tétrades à base de polyominos. On peut souhaiter qu'il n'y ait pas de trou comme précédemment, mais on peut aussi se demander s'il est possible de faire un trou d'une forme donnée à l'avance. Bien sûr, un trou dans une tétrade faite de polyominos a nécessairement la forme d'un polyomino lui-même sans trou. Le très beau résultat de Juris Čerņenoks et Andrejs Cibulis est : « Tout polyomino sans trou est la forme d'un trou pour une tétrade faite de polyominos » (voir l'encadré 5 pour la démonstration).

TROUS SIMPLES

Toujours à propos des trous d'une tétrade formée de polyominos, on peut considérer les trous les plus simples possible et rechercher pour chacun le polyomino le plus petit possible permettant la construction d'une tétrade ayant ce trou. Pour tous les trous de 1, 2, 3 et 4 carrés, l'encadré 6 donne la réponse, trouvée par ordinateur.

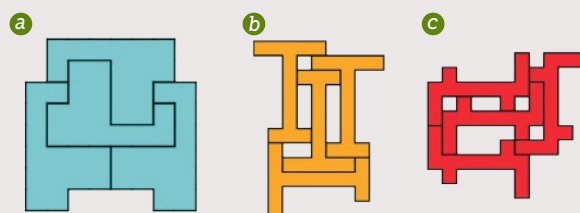
Comme tout bon sujet de mathématiques, celui des tétrades a ses énigmes non résolues. En voici trois d'une difficulté raisonnable que nous invitons les lecteurs à attaquer.

8

AXE ET CENTRE DE SYMÉTRIE

Le dessin *a* montre une tétrade ayant un axe de symétrie. Le dessin *b* est une tétrade formée avec le plus petit polyomino possible ayant un axe de symétrie. Le dessin *c* est construit à partir du plus petit polyomino donnant une tétrade et ayant un centre de symétrie.

D'autres tétrades intéressantes formées avec des polyominos sont proposées sur la page web de George Sicherman : <https://userpages.monmouth.com/~colonel/tetrads/ntetrads.html>



Énigme 1. Quel est le plus petit polyomino ayant un axe de symétrie et permettant la construction d'une tétrade sans trou ? Deux solutions sont connues, sans que l'on sache si on peut faire mieux. La première est due à Juris Čerņenoks et utilise un polyomino de 48 carrés. La seconde, trouvée indépendamment par Frank Rubin et Karl Scherer, utilise un polyomino de 34 carrés. Il faut soit prouver que ce record actuel est indépassable, soit l'améliorer (voir l'encadré 7).

Énigme 2. Existe-t-il des polyominos ayant un axe de symétrie et donnant une tétrade sans trou qui a elle-même un axe de symétrie ?

Énigme 3. Existe-t-il des polyominos ayant un centre de symétrie et donnant une tétrade sans trou ?

Avant d'attaquer les énigmes 2 et 3, notez bien les tétrades déjà connues et présentant des symétries. Le dessin *a* de l'encadré 8 montre une tétrade ayant un axe de symétrie, mais le polyomino qui l'engendre n'en a pas. Le dessin *b* montre le plus petit polyomino ayant un axe de symétrie et pouvant engendrer une tétrade, mais celle-ci a des trous. Le dessin *c* montre le plus petit polyomino doté d'un centre de symétrie, mais la tétrade a des trous.

L'objectif d'améliorer les résultats du tableau donné plus haut, pour aller au-delà de 17, semble accessible. Si vous y parvenez ou si vous résolvez l'une des trois énigmes, prévenez-moi, vos résultats seront publiés dans une prochaine rubrique. ■

BIBLIOGRAPHIE

J. Čerņenoks et A. Cibulis, **Tetrads and their counting**, *Baltic J. Modern Computing*, vol. 6(2), pp. 96-106, 2018 (<https://doi.org/10.22364/bjmc.2018.6.2.01>).

J. Čerņenoks et A. Cibulis, **Application of IT in mathematical proofs and in checking of results of pupils' research**, *Proc. of the 6th Intern. Conf. on Applied Inform. and Comm. Technologies*, Jelgava, Latvia, pp. 172-177, 2013 (http://alephfiles.rtu.lv/TUA01/000040029_e.pdf).

A. Cibulis et J. Čerņenoks, **Tetrads – it is not so easy**, *MCG Newsletter*, n° 3, pp. 23-28, 2012 (www.brgkepler.at/~geretschlaeg/MCG_Newsletter_3.pdf).

M. Gardner, **Penrose tiles to trapdoor ciphers**, chap. 9, *The Mathematical Association of America*, 1997.

Pages web de G. Sicherman : www.recmath.org/PolyCur/tetrads/tetrads.html, <https://userpages.monmouth.com/~colonel/>

L'AUTEUR

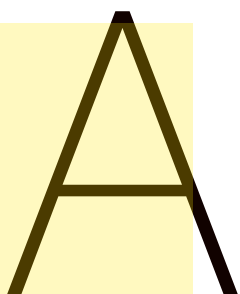


LOÏC MANGIN
rédacteur en chef adjoint
à *Pour la Science*

LA PIERRE IDÉALE DU FACTEUR CHEVAL



Une pierre particulière fut le déclencheur de la construction du chef-d'œuvre de l'art naïf le Palais idéal du facteur Cheval. Qu'a-t-elle de si étonnant?



Avril 1879, dans la Drôme, à deux pas du Vercors, un facteur effectue sa longue et harassante tournée à pied sur des chemins escarpés autour d'Hauterives. Près

de Tersanne, petite commune de quelques centaines d'habitants, l'employé des Postes trébuche et tombe à terre.

Son pied vient de heurter une pierre. Il notera plus tard : « Elle représente une sculpture aussi bizarre qu'il est impossible à l'homme de l'imiter. » La pierre scellera le destin de l'homme, car elle fera de lui, Ferdinand Cheval, un architecte et un maçon qui passera 33 ans de sa vie à bâtir à la chaux, au mortier et au ciment un monument hors normes, mélange détonnant d'inspirations biblique, hindoue, égyptienne... nourries par les premières cartes postales que le préposé distribuait. Chef-d'œuvre de

l'art naïf, le « Palais idéal du facteur Cheval », de 12 mètres de hauteur et 26 de longueur, fut admiré par Pablo Picasso, mais aussi André Breton, Jean Tinguely, Max Ernst, Robert Doisneau...

Attardons-nous sur celle par qui tout a commencé, la pierre dite « d'achoppement » par Ferdinand Cheval. Elle ressemble à une série de piles d'assiettes, dont les couleurs s'étirent du gris à l'ocre. De quel minéral s'agit-il et quels processus géologiques ont pu présider à une telle formation ?

Selon Didier Nectoux, directeur du musée de l'École des mines, à Paris, ce serait un grès. Il témoigne de dépôts sableux successifs dans une dynamique régulière et assez tranquille. Cet empilement a ensuite été enfoui et a subi une diagenèse, c'est-à-dire un ensemble de processus physicochimiques par lesquels il se transforme en une roche. Plus