

> version de l'ordinateur est la Terre... et pour connaître la suite, il vous faudra lire les ouvrages d'Adams.

Ce choix par l'auteur du nombre 42 est devenu un élément central de la culture *geek*. Il est à l'origine d'une multitude de plaisanteries ou de clins d'œil échangés entre initiés. Si par exemple vous demandez à votre moteur de recherche (en français ou en anglais) quelle est la réponse à la «grande question sur la vie, l'univers et le reste», il vous répondra très probablement: «42». C'est par exemple le cas pour Google, pour Qwant, pour Wolfram Alpha, spécialisé dans les problèmes de calculs mathématiques, mais aussi pour l'assistant de dialogue Clverbot.

Des établissements privés d'enseignement informatique «écoles 42» ont été créés à partir de 2013 et leur nom a clairement été choisi en référence aux romans de Douglas Adams. Le développement à l'étranger de nouveaux «campus 42» est prévu à raison de dix par an. Le nombre 42 apparaît aussi sous différentes formes dans le film *Spider-Man: New Generation*. Vous trouverez répertoriées une multitude d'autres occurrences volontaires et allusions à 42, par exemple dans l'article «La grande question sur la vie, l'univers et le reste» de Wikipédia.

Plus bizarrement, mais cette fois ce sont des coïncidences dont il serait vain de rechercher le sens, il a été remarqué, parmi bien d'autres choses, que:

- dans l'Égypte antique, durant le jugement de l'âme, le mort devait déclarer devant 42 juges ne pas avoir commis 42 péchés [voir l'article «Jugement de l'âme (Égypte antique)» de Wikipédia];
- la distance à parcourir lors d'un marathon est 42,195 kilomètres, car c'est la distance

que le messager grec Philippiès a parcourue en 490 avant notre ère entre Marathon et Athènes pour annoncer la victoire contre les Perses. Le fait qu'à cette époque le kilomètre n'était pas défini ne doit qu'accroître notre étonnement;

- il y aurait eu 42 empereurs tibétains anciens. Nyatri Tsenpo, qui régna vers 127 avant notre ère, fut le premier, et Langdarma, qui régna de 836 à 842, le dernier (voir l'article «List of emperors of Tibet» de Wikipédia);

- la Bible de Gutenberg, premier livre imprimé en Europe, comporte 42 lignes de texte par colonne et est d'ailleurs dénommée «Bible latine à quarante-deux lignes»;

- dans l'actualité, 42 est le nombre de régimes de retraite qui seront réformés en France (www.monde-diplomatique.fr/2019/05/MARTY/59866).

UN CHOIX ARBITRAIRE

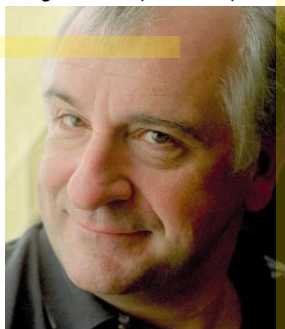
La question de savoir si l'utilisation de 42 dans le roman de Douglas Adams avait dans son esprit un sens particulier lui a bien sûr été posée. Sa réponse est sans appel: «C'était une plaisanterie. Ce devait être un nombre ordinaire et plutôt petit, et j'ai choisi celui-ci. Les représentations binaires, la base 13, les moines tibétains ne sont que des balivernes. Je me suis assis à mon bureau, j'ai regardé dans le jardin et je me suis dit "42 ira" et je l'ai écrit.»

L'évocation de la base 2 provient de ce que 42 s'écrit dans le système binaire 101010, ce qui est assez simple et a d'ailleurs eu pour conséquence que certains *geeks* ont fait la fête le 10 octobre 2010 (10-10-10). L'évocation de la base 13 dans sa réponse s'explique d'une manière plus indirecte. À plusieurs reprises, le roman évoque que 42 serait la réponse à la

2

L'HISTOIRE DE DOUGLAS ADAMS

Douglas Adams (1952-2001)



Voici l'extrait du chapitre 27 du roman de Douglas Adams, *Le Guide du routard* [ou voyageur] galactique, où apparaît le fameux nombre 42 devenu fétiche des *geeks* et plus généralement des informaticiens du monde entier :

- Tu es prêt à nous la fournir ? insista Debilglos.
- Oui.
- Maintenant ?
- Maintenant, confirma Pensées Profondes.
- Ils humectèrent tous les deux leurs lèvres desséchées.
- Bien que, ajouta Pensées Profondes, je ne pense pas qu'elle vous plaise.
- Pas d'importance ! dit Schnocdlu. Nous devons la connaître. Maintenant !
- Maintenant ? insista Pensées Profondes.
- Oui ! Maintenant...
- D'accord, dit l'ordinateur, qui retomba dans le silence.
- Les deux hommes ne tenaient plus en place. La tension était proprement insoutenable.
- Elle ne va franchement pas vous plaire, observa Pensées Profondes.
- Dis-la-nous quand même !
- D'accord, dit Pensées Profondes. La réponse à la grande Question...
- Oui... !
- De la Vie, de l'Univers et du Reste..., poursuivit Pensées Profondes.
- Oui... !
- C'est..., dit Pensées Profondes, marquant une pause.
- Oui... ! ?
- C'est...
- Oui... !!!... ?
- Quarante-deux, dit Pensées Profondes, avec infiniment de calme et de majesté.

3

LA CONJECTURE DES SOMMES DE TROIS CUBES

Début septembre 2019, 42 était l'entier positif le plus petit et le seul inférieur à 100 pour lequel on ignorait s'il était somme de trois cubes d'entiers.

Andrew Booker, de l'université de Bristol, en Angleterre, et Andrew Sutherland, du MIT, aux États-Unis, ont utilisé le système de calcul Charity Engine pour mener un énorme calcul d'exploration équivalent à plus de 1 million d'heures de calcul d'un ordinateur de bureau courant. Une solution a été trouvée :
 $42 = (-80\,538\,738\,812\,075\,974)^3 + 80\,435\,758\,145\,817\,515^3 + 12\,602\,123\,297\,335\,631^3$.

Le système de calcul Charity Engine coordonne plus de 500 000 machines personnelles de volontaires. Il les fait fonctionner pendant les moments où elles sont inutilisées, ce qui permet de réaliser d'énormes calculs à moindre coût. Charity Engine est fondé sur un programme de l'université de Berkeley et géré par la société Worldwide Computer Company.

La puissance informatique domestique résiduelle des ordinateurs du projet est vendue aux universités et aux entreprises. Les bénéfices sont versés à des associations caritatives ou servent à organiser des tirages au sort

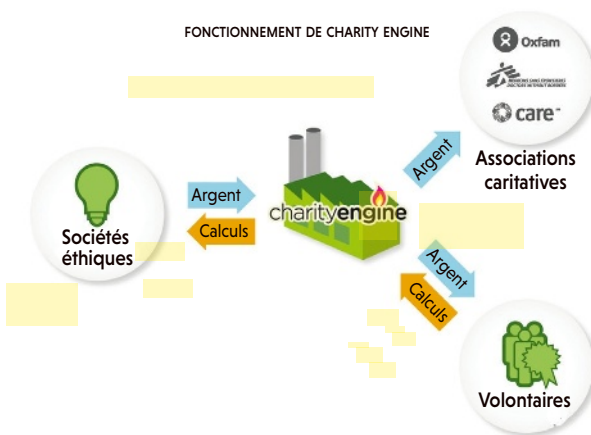
périodiques pour récompenser les participants au réseau. La puissance de calcul non achetée est attribuée à des projets informatiques divers.

La même méthode a aussi conduit à découvrir une expression inattendue de 3 comme somme de trois cubes :

$3 = (-472\,715\,493\,453\,327\,032)^3 + (-569\,936\,821\,113\,563\,493\,509)^3 + 569\,936\,821\,221\,962\,380\,720^3$.

Les seuls entiers inférieurs à 1 000 dont on ignore maintenant s'ils sont somme de trois cubes sont 114, 390, 579, 627, 633, 732, 921 et 975.

FONCTIONNEMENT DE CHARITY ENGINE



question « combien font 6 fois 9 ? ». Bien sûr, c'est absurde, puisque $6 \times 9 = 54$... mais justement, en base 13, le nombre s'écrivant 42 vaut $4 \times 13 + 2 = 54$.

À côté des occurrences introduites volontairement par les informaticiens pour s'amuser, et les rencontres inévitables avec le nombre 42 quand on cherche un peu partout dans l'histoire ou dans le monde, on peut quand même se demander si 42 est un nombre particulier du strict point de vue des mathématiques.

MATHÉMATIQUEMENT SINGULIER ?

Voici une liste de quelques propriétés mathématiques de 42.

- 42 est la somme des trois premières puissances de 2 d'exposant impair ($2^1 + 2^3 + 2^5 = 42$). La suite $a(n)$ des sommes de puissances impaires de 2 est la suite A020988 de l'encyclopédie des suites numériques de Neil Sloane (<https://oeis.org>). En base 2, son n -ième élément s'écrit 1010...10, avec « 10 » répété n fois, et sa formule est $a(n) = (2/3)(4^n - 1)$. Quand n augmente, la fréquence de ces nombres tend vers zéro, ce qui signifie que les nombres qui appartiennent à cette liste, donc 42 lui-même, sont exceptionnellement rares.

- 42 est la somme des deux premières puissances de 6 d'exposant non nul ($6^1 + 6^2 = 42$). La suite $b(n)$ des sommes de puissances de 6 est la suite A105281 de l'encyclopédie de Sloane. Elle est définie par les formules $b(0) = 0$, $b(n) = 6b(n-1) + 6$. La fréquence de ces nombres tend aussi vers 0 à l'infini.

- 42 est un nombre de Catalan. Les nombres de Catalan (voir l'encadré 1) ont été mentionnés, sous un autre nom, pour la première fois par Leonhard Euler, qui voulait connaître le nombre de façons différentes de découper en plusieurs triangles un polygone convexe à n côtés en joignant des sommets par des segments de droite. Le début de la suite (A000108 chez Neil Sloane) est 1, 1, 2, 5, 14, 42, 132, ... La formule $c(n) = (2n)! / (n!(n+1)!)$ donne le n -ième terme de cette suite de nombres dont la densité, comme celles des deux précédentes, est nulle à l'infini.

Les nombres de la suite $c(n)$ sont nommés en l'honneur du mathématicien franco-belge Eugène Charles Catalan (1814-1894), qui découvrit que $c(n)$ est le nombre de façons de disposer n paires de parenthèses en respectant les règles habituelles d'écriture des parenthèses : jamais une parenthèse n'est fermée avant d'avoir été ouverte, et on ne peut fermer une parenthèse que lorsque toutes celles ouvertes depuis qu'elle a été ouverte sont elles-mêmes fermées.

Par exemple, $c(3) = 5$ car les dispositions possibles de 3 paires de parenthèses sont : $((()))$; $(())()$; $(())()$; $(())()$; $(())()$.

Le nombre $c(n)$ est également le nombre d'arbres binaires portant $n+1$ feuilles. C'est aussi le nombre de trajets montants sur un quadrillage situés sous la première diagonale (voir l'encadré 1, b). Cette propriété permet de comprendre la définition par récurrence des termes de la suite de Catalan, $c(0) = 1$ et $c(n+1) = \sum c(k)c(n-k)$, la somme portant sur les k allant de 0 à n . En effet, pour dénombrer le nombre de chemins >