

LINÉARITÉ ET UNITARITÉ

En mécanique quantique, l'espace des états d'un système est un espace vectoriel aux propriétés adéquates, un « espace de Hilbert ». Ses éléments, qui représentent l'état d'un système, sont des vecteurs. Une fonction linéaire f sur cet espace transforme un vecteur en un autre vecteur avec la propriété suivante : quels que soient les vecteurs V et W et la combinaison linéaire $aV + bW$, où a et b sont des nombres complexes quelconques, on a $f(aV + bW) = af(V) + bf(W)$. L'équation de Schrödinger, qui régit l'évolution au cours du temps du vecteur d'état du système physique considéré, correspond à une transformation linéaire. Cette transformation est de plus unitaire, ce qui signifie qu'elle transforme un vecteur en un autre vecteur de même norme (ou longueur). Il en résulte que l'évolution d'un état superposé (combinaison linéaire de deux vecteurs non proportionnels) ne peut jamais donner un état proportionnel à un seul de ces deux vecteurs. C'est pourquoi l'équation de Schrödinger ne peut « projeter » une superposition d'états sur l'un de ces états, et ne peut donc pas expliquer la « réduction du paquet d'ondes » qui se produit lors d'une mesure et qui assure que le résultat de la mesure soit univoque.

entre X et Y , ou qu'il est en toute autre position définie, quelle qu'elle soit. On est en fait conduit à considérer qu'un tel électron n'a tout simplement aucune position définie, ce qui est très choquant pour notre intuition, laquelle nous a habitués à avoir la certitude que tout objet occupe une position bien définie dans l'espace à tout moment !

Cette conclusion étrange n'est pas réservée à la position, mais s'applique à toutes les grandeurs physiques, par exemple la vitesse, l'énergie ou le moment cinétique. Dans les superpositions d'états, certaines grandeurs n'ont tout simplement aucune valeur définie.

Si l'on observe un électron qui se trouve dans l'état $|X\rangle$, on le détectera en X . Si l'on observe un électron qui se trouve dans l'état $|Y\rangle$, on le détectera en Y . Mais alors, où détectera-t-on un électron qui se trouve dans l'état $|X\rangle + |Y\rangle$? La réponse est que si l'on observe successivement un grand nombre d'électrons, tous dans ce même état, on en détectera statistiquement la moitié en X et l'autre moitié en Y (en raison de l'égalité des coefficients des deux termes entrant dans la superposition – voir l'encadré sur la règle de Born).

Pourtant, cela ne veut pas dire que la moitié des électrons dans cet état sont situés en X et l'autre moitié en Y avant même qu'on les détecte. Les lois quantiques montrent en effet que si c'était le cas, on n'observerait pas les interférences produites dans certaines situations par un état superposé. Il faut donc considérer qu'aucun de ces électrons n'occupe de position définie avant qu'on le détecte : c'est au moment où on fait le nécessaire pour le détecter que la position se détermine, avec une probabilité $\frac{1}{2}$ d'être en X ou en Y .

DEUX PRÉCEPTES QUI NE CONDUISSENT PAS AU MÊME RÉSULTAT

Par ailleurs, la théorie quantique énonce deux postulats relatifs à l'évolution d'un système. Le premier est l'équation de Schrödinger, une équation différentielle qui régit la variation de l'état du système au cours du temps. Elle a la particularité d'être linéaire et unitaire (voir l'encadré ci-contre), ce qui a pour conséquence qu'elle transforme toute superposition d'états en une autre superposition contenant les mêmes états. Elle ne fera donc jamais passer l'état $|X\rangle + |Y\rangle$ à l'état $|X\rangle$ ou à l'état $|Y\rangle$, lesquels correspondent à des états de position bien déterminée. Il s'ensuit que l'équation de Schrödinger ne permettra jamais d'expliquer pourquoi, lorsqu'on observe un électron dont l'état est $|X\rangle + |Y\rangle$, on le trouve soit en X , soit en Y avec une probabilité $\frac{1}{2}$.

L'autre moyen fourni par la théorie quantique pour déterminer l'évolution d'un système est le « postulat de réduction du paquet

d'ondes ». Il s'applique à l'acte de mesure, sur le système, de toute grandeur physique.

Ce postulat stipule que si le système est dans une superposition d'états dont chacun correspond à une valeur bien définie d'une grandeur physique, la mesure de cette grandeur fournira l'une de ces valeurs comme résultat, avec une probabilité déterminée par le coefficient de l'état correspondant dans la superposition, conformément à la « règle de Born » (voir l'encadré page précédente).

De plus, le même postulat affirme qu'après la mesure, l'état du système se trouve réduit au vecteur qui correspond à la valeur obtenue. C'est la « réduction (ou effondrement) du paquet d'ondes ». Dans notre exemple de superposition d'états de position, les coefficients des deux états étant identiques, le postulat prédit que l'on trouvera l'électron en X ou en Y avec la même probabilité $\frac{1}{2}$, et jamais une autre position, et que si l'on trouve par exemple X , le système passe brutalement, sous l'effet de la mesure, de l'état superposé $|X\rangle + |Y\rangle$ à l'état $|X\rangle$; on dit que l'état superposé est « projeté » sur l'état $|X\rangle$.

Une mesure sur un système physique fait bien sûr intervenir un appareil de mesure. Mais les deux moyens mentionnés ci-dessus de déterminer l'évolution du système fournissent des résultats différents, même lorsqu'on applique l'équation de Schrödinger conjointement au système et à l'appareil qui le mesure. Cela ne serait pas problématique si l'on était capable de dire clairement quand on doit utiliser l'équation de Schrödinger et quand on doit utiliser le postulat de réduction du paquet d'ondes. Au premier abord, la réponse paraît simple : on applique le postulat de réduction du paquet d'ondes lorsqu'on effectue une mesure. Le problème est qu'on ne sait pas définir précisément ce qu'est une mesure dans la théorie quantique !

QU'EST-CE QU'UNE MESURE ?

Or savoir ce qu'est une mesure est la question la plus fondamentale, celle dont la réponse sépare nettement les physiciens en deux camps. Est-ce simplement le fait que la valeur d'une certaine grandeur physique (telle que la vitesse ou la position) soit enregistrée par un appareil indépendamment de tout observateur ? Dans ce cas, l'observateur se contentera de prendre connaissance à un moment ultérieur de la grandeur enregistrée et sera donc un simple témoin passif d'une mesure ; celle-ci ne consiste alors qu'à enregistrer un état de fait préexistant. C'est la situation en mécanique classique, où les valeurs des grandeurs physiques attachées à un système sont à tout moment parfaitement définies et déterminées.

Mais le formalisme de la théorie quantique ne permet ni de penser que la valeur >