

> de Goldbach, toujours non démontrée («Tout nombre pair à partir de 4 est somme de deux nombres premiers»). Cependant, ces affirmations ont été discutées car elles résultent d'une interprétation indirecte *a posteriori* des calculs d'AM et parce qu'il est difficile de savoir si ce qui est présent dans le programme avant sa mise en route n'est pas déjà suffisamment déterminant pour que de telles «découvertes» se produisent nécessairement.

Ce problème de savoir si un système fait vraiment une découverte ou s'il est forcé de la faire par les mécanismes simples programmés au départ se retrouvera pour tous les systèmes qui ont succédé à cette tentative de mathématicien automatique. La résolution de cette difficulté ne peut provenir que de la découverte par la machine d'idées ou de propriétés nouvelles et reconnues intéressantes par les mathématiciens eux-mêmes.

Après ce premier essai, Douglas Lenat travailla sur un système nommé Eurisko, lui aussi destiné à produire des découvertes mathématiques. Son originalité est qu'il créait spontanément des règles heuristiques nouvelles à l'aide de métarègles du type: «Donner la priorité aux règles les plus simples». Face aux difficultés à obtenir des résultats concluants, Douglas Lenat entreprit de concevoir et programmer un système dénommé Cyc, qui maîtrise des connaissances générales de tout humain, ce qu'il considérait comme indispensable pour aller plus loin en intelligence artificielle (IA). Pour lui, un système intelligent doit savoir que «si un humain marche, il ne reste pas à la même place» ou que «quand il pleut, les passants dans la rue sont mouillés et certains ouvrent des parapluies», etc.

Le projet Cyc, démarré en 1983, a bénéficié depuis d'un travail équivalent à plus de mille hommes-années et se poursuit aujourd'hui encore. C'est le plus ambitieux et long projet d'intelligence artificielle jamais mené. Il a

développé un savoir général et plusieurs savoirs particuliers liés à des sous-domaines, dont celui du terrorisme qui est probablement utilisé par l'agence américaine NSA (National Security Agency). Le système connaît plus d'un million de termes comme «la France», «le kilogramme», «New York», «les poissons», «la chasse»... et plus de 24 millions d'affirmations de base les concernant et les liant. Elles sont écrites dans un langage logique et disposent d'un système de déduction qui permet, à partir des affirmations de base, d'en produire de nouvelles.

Cette recherche appartient à l'«IA symbolique»: les méthodes ne s'appuient pas sur des réseaux de neurones, ce sont des programmes manipulant des symboles, des mots, des concepts représentés par des éléments de programmes. Les humains qui les écrivent comprennent le détail de ce qu'ils y mettent et de ce qui se produit quand la machine fonctionne, contrairement aux réseaux de neurones de l'«apprentissage profond», où le système n'explique pas ses réponses. Le lien avec les mathématiques est devenu secondaire dans le projet Cyc, bien qu'un module ait été conçu pour aider les étudiants en mathématiques.

Depuis les succès des approches de type apprentissage profond, par exemple pour le jeu de go, le projet Cyc est regardé avec méfiance. Pourtant, il semble certain que les progrès de l'IA devront associer la capacité de raisonnement et les connaissances générales de systèmes comme Cyc avec des méthodes de type statistique et neuronal.

RECHERCHE DE CONCEPTS

Quelques années après Eurisko, Simon Colton, de l'université d'Edimbourg, a réussi à faire «imaginer» des notions mathématiques nouvelles à son programme, dénommé HR en l'honneur des mathématiciens Godfrey Hardy et Srinivasa Ramanujan, génie ayant découvert

LES NOMBRES REFACTORISABLES

3

Parmi plusieurs idées arithmétiques analogues, celle des nombres «refactorisables» a été proposée par le programme HR de Simon Colton. Un nombre entier n est refactorisable s'il est divisible par le nombre de ses diviseurs. Si p est un nombre premier, alors p^{p-1} est refactorisable, car ses diviseurs sont $1, p, p^2, p^3, \dots, p^{p-1}$, qui sont au nombre de p . Cette propriété arithmétique avait déjà été envisagée indépendamment par d'autres chercheurs, ce qui confirme que c'est une idée mathématique intéressante. Les premiers nombres refactorisables sont : 1, 2, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 40, 56, 60, 72, 80, 84, 88, 96, 104, 108, 128, 132, 136, 152, 156, 180, 184, 204, 225, 228, 232, 240, 248, 252, 276, 288, 296, 328, 344, 348, 360, 372...

Voici cinq théorèmes sur les nombres refactorisables, dont les trois derniers ont été découverts par HR :

Théorème 1. Il existe une infinité de nombres refactorisables pairs, et une infinité de nombres refactorisables impairs.

Théorème 2. Tous les nombres impairs refactorisables sont des carrés.

Théorème 3. Un nombre parfait (égal à la somme de ses diviseurs propres, comme $28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14$) n'est jamais refactorisable.

Théorème 4. Si n est refactorisable, alors n est de la forme $8k, 8k + 1, 8k + 2$ ou $8k + 4$.

Théorème 5. La somme des diviseurs d'un nombre impair refactorisable est elle-même impaire.