

R

ENDEZ-VOUS

P.80 Logique & calcul

P.86 Art & science

P.88 Idées de physique

P.92 Chroniques de l'évolution

P.96 Science & gastronomie

P.98 À picorer

DANS LES ARCANES DES TRIPLETS PYTHAGORICIENS

La géométrie des triangles rectangles a entraîné l'arithmétique des triplets pythagoriciens, connus depuis au moins deux millénaires. Ces triplets suscitent de nombreuses questions, qui ne sont pas toutes résolues.

L'AUTEUR



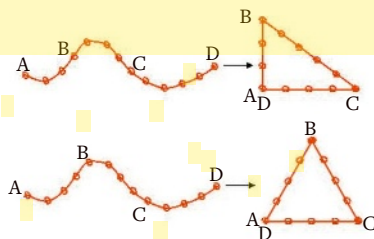
JEAN-PAUL DELAHAYE
professeur émérite
à l'université de Lille
et chercheur au
laboratoire Cristal
(Centre de recherche
en informatique, signal
et automatique de Lille)



Jean-Paul Delahaye a notamment publié : **Les mathématiciens se plient au jeu**, une sélection de ses chroniques parues dans *Pour la Science* (Belin, 2017).

P our disposer d'un angle droit, on prend une feuille de papier au bord bien rectiligne et on replie le bord sur lui-même, ce qui produit un pli orthogonal au bord et crée donc un angle droit parfait. Mais comment s'y prendre si, à la place d'une feuille, on n'a sous la main qu'une corde ? La solution, aussi connue que merveilleuse, associe arithmétique et géométrie et illustre la profondeur magique des mathématiques. La solution, dont on ignore qui l'imagina en premier, procède en quatre étapes (schéma ci-dessous) :

- En faisant des nœuds ou à l'aide d'un crayon, on marque sur la corde deux points dont l'écart fixera l'unité de longueur.
- En tendant la corde et en la repliant, on crée 11 autres marques sur la corde, distantes deux à deux d'une unité.
- En utilisant ces 13 marques, on repère alors quatre points A, B, C et D séparés de 3 unités, puis de 4, puis de 5.
- On fait coïncider A et D et on tend la corde, ce qui donne un triangle rectangle en B (on va voir pourquoi) et donc un angle droit.



Cette corde est dénommée « corde à treize nœuds » ou « corde des druides ». On peut avec

la même corde obtenir un triangle équilatéral en prenant cette fois des points A, B', C' et D de façon qu'il y ait 4 unités de longueur entre A et B', entre B' et C' et entre C' et D. On fait coïncider A et D, on tend la corde et, bien évidemment, le triangle ABC est équilatéral, ce qui donne des angles de 60°.

Ce type de manipulations était vraisemblablement utilisé au Moyen Âge par les bâtisseurs des cathédrales. On prétend parfois que les Égyptiens ont utilisé la corde à treize nœuds, mais, selon les historiens spécialistes comme Eli Maor (*voir la bibliographie*), rien ne l'atteste avec certitude.

LE PLUS VIEUX THÉORÈME ?

La méthode de la corde repose sur ce qui est peut-être le plus ancien et fameux théorème, le théorème de Pythagore :

« Le carré de la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés. »

Plus précisément, la méthode de la corde à treize nœuds utilise la réciproque du théorème : « si le carré de la longueur d'un côté d'un triangle est égal à la somme des carrés des longueurs des deux autres côtés, alors ce triangle est rectangle et son hypoténuse est le plus grand côté. »

Pour le premier triangle, on a $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25 = 5^2$, ce qui justifie la méthode, mathématiquement aussi parfaite que la méthode de la feuille repliée. Notons que la corde sera plus pratique que la feuille pour dessiner des motifs géométriques dans un jardin, sur un champ ou pour contrôler la géométrie d'un édifice dont on veut que les murs >