

DURÉE LIBRE

3 FORMULES AU CHOIX

BULLETIN D'ABONNEMENT

À renvoyer accompagné de votre règlement à :

Next2C – Service abonnements Pour La Science – 26 Bd Président Wilson - CS40032 – 67085 Strasbourg Cedex – email: pourlascience@abopress.fr

☒ **OUI, je m'abonne à Pour la Science en prélèvement automatique**

PAG20NOE

1 / Je choisis ma formule (merci de cocher) et je complète l'autorisation de prélèvement ci-dessous.

☐

FORMULE PAPIER

- 12 n° du magazine papier
- + **UN CADEAU**

4,90€
PAR MOIS

☐

FORMULE PAPIER + HORS SÉRIE

- 12 n° du magazine papier
- 4 Hors-série papier
- + **UN CADEAU**

6,50€
PAR MOIS

☐

FORMULE INTÉGRALE

- 12 n° du magazine (papier et numérique)
- 4 Hors-série (papier et numérique)
- Accès illimité aux contenus en ligne
- + **UN CADEAU**

8,20€
PAR MOIS

2 / Mes coordonnées

Nom:
Prénom:
Adresse:
.....
Code postal

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

 Ville:
Tél.:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

E-mail:@
(Indispensable pour la formule intégrale)

J'accepte de recevoir les offres de Pour la Science ☐ OUI ☐ NON

Durée d'abonnement : 1 an. Délai de livraison : dans le mois suivant l'enregistrement de votre règlement. Offre valable jusqu'au 31/03/2021 en France métropolitaine uniquement. Pour un abonnement à l'étranger, merci de consulter notre site <https://boutique.pourlascience.fr>. Photos non contractuelles. Vous pouvez acheter séparément chaque élément de cette offre : les numéros de *Pour la Science* pour 6,90 €, les numéros de *Pour la Science Hors-série* pour 7,90 € et le livre *Pourquoi le Soleil brille* pour 16,00 €.

Les informations que nous collectons dans ce bulletin d'abonnement nous aident à personnaliser et à améliorer les services que nous vous proposons. Nous les utiliserons pour gérer votre accès à l'intégralité de nos services, traiter vos commandes et paiements, et nous faire part notamment par newsletters de nos offres commerciales moyennant le respect de vos choix en la matière. Le responsable du traitement est la société *Pour la Science*. Vos données personnelles ne seront pas conservées au-delà de la durée nécessaire à la finalité de leur traitement. *Pour la Science* ne commercialise ni ne loue vos données à caractère personnel à des tiers. Les données collectées sont exclusivement destinées à *Pour la Science*. Nous vous invitons à prendre connaissance de notre charte de protection des données personnelles à l'adresse suivante : <https://rebrand.ly/charte-donnees-pls>. Conformément à la réglementation applicable (et notamment au Règlement 2016/679/UE dit «RGPD»), vous disposez des droits d'accès, de rectification, d'opposition, d'effacement, à la portabilité et à la limitation de vos données personnelles. Pour exercer ces droits (ou nous poser toute question concernant le traitement de vos données personnelles), vous pouvez nous contacter par courriel à l'adresse protection-donnees@pourlascience.fr.

Groupe Pour la Science - Siège social : 170 bis, boulevard du Montparnasse, CS20012, 75680 Paris cedex 14 – Sarl au capital de 32 000€ – RCS Paris B 311 797 393 – Siret : 311 797 393 000 23 – APE 58.14 Z

3 / Mandat de prélèvement SEPA

En signant ce mandat SEPA, j'autorise Pour la Science à transmettre des instructions à ma banque pour le prélèvement de mon abonnement dès réception de mon bulletin. Je bénéficie d'un droit de rétractation dans la limite de 8 semaines suivant le premier prélèvement. Plus d'informations auprès de mon établissement bancaire.

TYPE DE PAIEMENT : PAIEMENT RÉCURRENT**Titulaire du compte**

Nom: Prénom:

Adresse:

Code postal | | | | | Ville: | | | | |

Désignation du compte à débiter

BIC (Identification internationale de la banque) _____

[illegible]

(Numéro d'identification international du compte bancaire)

Établissement teneur du compte

Nom:

Adresse:

Code postal : Ville :

Date et signature

Organisme Créancier: Pour la Science
170 bis, bd. du Montparnasse – 75014 Paris
N° ICS FR92ZZZ426900
N° de référence unique de mandat (RUM)

4 / MERCI DE JOINDRE IMPÉRATIVEMENT UN RIB

Partie réservée au service abonnement Ne rien inscrire

R

ENDEZ-VOUS

P.80 Logique & calcul

P.88 Idées de physique

P.92 Chroniques de l'évolution

P.96 Science & gastronomie

P.98 À picorer

DES FONCTIONS MONSTRUEUSES MAIS UTILES

En imaginant des fonctions bizarres et au comportement inhabituel, les mathématiciens mettent à l'épreuve leurs intuitions. Ces fonctions se révèlent aussi pertinentes pour modéliser certains phénomènes naturels.

L'AUTEUR



JEAN-PAUL DELAHAYE
professeur émérite
à l'université de Lille
et chercheur au
laboratoire Cristal
(Centre de recherche
en informatique, signal
et automatique de Lille)



Jean-Paul Delahaye a notamment publié : **Les Mathématiciens se plient au jeu**, une sélection de ses chroniques parues dans *Pour la Science* (Belin, 2017).

Les mathématiciens ont longtemps associé l'idée de continuité d'une fonction (et de son graphe) et l'existence de tangentes aux points de son graphe, et ils pensaient que ces tangentes existaient partout hormis en quelques points isolés quand la fonction est continue. André-Marie Ampère tenta en 1806 de le démontrer, mais échoua. En fait, l'hypothèse était fautive : il existe des fonctions continues dont le graphe n'a de tangente en aucun point !

Au début, ces fonctions « monstrueuses » ont gêné les mathématiciens. Ainsi, en 1893, Thomas Stieltjes écrivait à Charles Hermite : « Je me détourne avec effroi et horreur de cette plaie lamentable des fonctions continues qui sont sans dérivée. » Henri Poincaré lui-même n'aimait pas ces fonctions tétalogiques et les considérait comme un jeu stérile et irrespectueux des traditions : « La logique parfois engendre des monstres. On a vu surgir toute une foule de fonctions bizarres qui semblaient s'efforcer de ressembler aussi peu que possible aux honnêtes fonctions qui servent à quelque chose. Plus de continuité, ou bien de la continuité, mais pas de dérivées. [...] Autrefois, quand on inventait une fonction nouvelle, c'était en vue de quelque but pratique ; aujourd'hui, on les invente tout exprès pour mettre en défaut les raisonnements de nos pères, et on n'en tirera jamais que cela. »

Le jugement des mathématiciens a bien changé ! Ils considèrent aujourd'hui que ces fonctions inattendues sont des garde-fous utiles,

car non seulement connaître leur existence nous évite de tenter des démonstrations impossibles, mais elles affinent notre compréhension des concepts de continuité et de dérivabilité.

De plus, ces fonctions monstrueuses sont à l'origine de la géométrie fractale, qui sert à modéliser toutes sortes de phénomènes naturels, le mouvement brownien par exemple. Finalement nous savons maintenant que ces « monstres » sont présents dans l'univers physique et ne sont en rien artificiels. Nous allons en présenter quelques-uns pour le plaisir de l'étonnement.

DISCONTINUITÉ MAXIMALE

La notion de continuité s'envisageait d'abord globalement. Par exemple, les fonctions $x \rightarrow x^2$ ou $x \rightarrow \sin(x)$ sont continues partout où elles sont définies, c'est-à-dire sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels. Pourtant, en approfondissant notre compréhension, on a découvert que la continuité était une notion ponctuelle : on peut définir la continuité en un point, et en chaque point de son ensemble de définition une fonction peut être continue ou non.

Nous nous limiterons aux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ et distinguerons parmi les nombres réels les nombres rationnels, de la forme p/q où p et q sont des entiers, comme $0,4=2/5$, et les nombres irrationnels qui ne peuvent se représenter sous cette forme, comme $\sqrt{2}$. La façon la plus simple de définir la continuité est de dire que f est continue au point x si, à chaque fois que >