

DURÉE LIBRE



Pour la Science – Service marketing – 170 bis boulevard du Montparnasse – 75014 Paris – email : boutique@pouirlascience.fr

PAG21STD

Partie réservée au service abonnement Ne rien inscrire

R

ENDEZ-VOUS

P.80 Logique & calcul

P.86 Art & science

P.88 Idées de physique

P.92 Chroniques de l'évolution

P.96 Science & gastronomie

P.98 À picorer

CHANGER DE NUMÉRATION AVEC LE SYSTÈME « ESPERLUETTE »

Comment convertir facilement l'écriture décimale d'un entier en son écriture dans une autre base de numération? Certaines procédures permettent de le faire... sans avoir à calculer!

L'AUTEUR



JEAN-PAUL DELAHAYE
professeur émérite
à l'université de Lille
et chercheur au
laboratoire Cristal
(Centre de recherche
en informatique, signal
et automatique de Lille)



Jean-Paul Delahaye a notamment publié : **Les Mathématiciens se plient au jeu**, une sélection de ses chroniques parues dans *Pour la Science* (Belin, 2017).

Le système décimal de numération de position est une merveille de simplicité et de puissance qui, pourtant, n'a été disponible dans sa forme actuelle qu'à partir du VI^e siècle en Inde et n'est arrivé en Europe qu'à la fin du X^e siècle. Il a donné naissance aux systèmes positionnels en base b (b entier positif), dont le système binaire qui est central en informatique.

Nous allons voir comment on peut, sans savoir calculer et en menant uniquement des manipulations locales sur une chaîne de caractères, écrire un nombre quelconque en base 2 ou même en base $b > 2$. Ces méthodes douces de conversion se fondent sur l'existence de systèmes de numération mixtes associant par exemple la notation unaire (ou « notation bâton », chaque unité étant représentée par un bâton) et la notation binaire, ou associant unaire et décimal. Elles conduisent aussi aux systèmes à plusieurs étages tels que le système informatique du « décimal codé binaire ». Nous procéderons progressivement en commençant par le système « esperluette » de règles pour la base 2, dont les clés de fonctionnement conduiront aux systèmes mixtes, puis aux systèmes à plusieurs étages.

De nombreuses informations présentées ici m'ont été communiquées par Roland Yéléhada, un lecteur de la rubrique qui m'a fait parvenir une longue lettre datée du 12 septembre 2020. À ma connaissance, les systèmes décrits ici sont originaux.

Les systèmes de règles de type esperluette ne nécessitent aucune compréhension de ce

qu'on fait. Ils sont plus intéressants pour concevoir des programmes informatiques que pour opérer à la main, car ils manipulent de longues séquences de caractères. Il est amusant de découvrir que, même en 2021, on peut encore progresser dans la mise au point de méthodes destinées à représenter et manipuler les nombres entiers.

Rappelons que le nombre qui s'écrit $a_n a_{n-1} \dots a_2 a_1 a_0$ en base positionnelle b représente l'entier : $a_n b^n + a_{n-1} b^{n-1} + \dots + a_2 b^2 + a_1 b^1 + a_0 b^0$. En base 2, la suite 1101 représente donc l'entier :

$$1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 8 + 4 + 0 + 1 = 13.$$

Le plus souvent, on impose aux entiers a_i d'être compris entre 0 et $b-1$, mais il est parfois utile de s'affranchir de cette limitation, et c'est d'ailleurs une technique utilisée en informatique pour manipuler de grands nombres.

Lorsque nous manipulerons plusieurs bases de numération en même temps, nous indiquerons en indice la base utilisée ; par exemple, $13_{10} = 1101_2$. Venons-en à notre premier système de règles.

LE SYSTÈME ESPERLUETTE POUR LA BASE 2

Le symbole typographique & porte le nom d'« esperluette » ou « et commercial » et aurait été introduit par Tiron, le secrétaire de Cicéron. Ce sera le nom général des systèmes de règles que nous allons décrire. Le premier et le plus simple concerne la base 2. Il permet la conversion des entiers en binaire sans même avoir à connaître la notion de puissance. Il fonctionne avec trois >