

R

ENDEZ-VOUS

P.80 Logique & calcul
 P.86 Art & science
 P.88 Idées de physique
 P.92 Chroniques de l'évolution
 P.96 Science & gastronomie
 P.98 À picorer

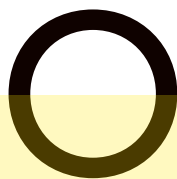
LES PREMIERS SERONT-ILS LES DERNIERS ?

Même lorsque les règles d'un jeu sont précises,
il est difficile de savoir quelle stratégie est la meilleure.
Illustration avec le dilemme du prisonnier.

LES AUTEURS

JEAN-PAUL DELAHAYE
et PHILIPPE MATHIEU
professeurs à l'université
de Lille, chercheurs
au laboratoire Cristal
(Centre de recherche
en informatique, signal
et automatique de Lille)

LE PARADOXE DES VOTES



On sait bien que pour chaque type de scrutin, choix d'une décision, choix d'un élu, choix d'une liste d'élus, etc., il existe plusieurs systèmes de vote, chacun dis-
posant de bons arguments pour prétendre être le plus naturel et donc celui qu'il faut préférer. Ces systèmes aboutissent parfois au même résultat final, mais on réussit en général assez facilement à construire des situations où les verdicts des différentes méthodes divergent : paradoxe de Condorcet, théorème de Kenneth Arrow (voir le livre de Michel Balinski et Rida Laraki dans la bibliographie). C'est insatisfaisant, car cela donne la possibilité d'arrangements et de manipulations pour faire gagner un camp ou un candidat en modifiant à temps les règles (voir l'encadré 1).

Pour les compétitions sportives, on utilise là encore une multitude de méthodes pour produire des classements entre joueurs ou équipes. Certaines compétitions, comme celle de la Coupe de France de football, ne peuvent pas envisager que chaque équipe rencontre chaque autre. Pour limiter le nombre de rencontres, le système introduit des tirages au sort. Ceux effectués lors du déroulement des épreuves de la Coupe de France ont pour conséquence que les équipes ne sont pas traitées également : les tirages font qu'une équipe peut avoir plus ou moins de chances d'aller loin, selon qu'elle doit affronter rapidement les meilleures équipes ou non.

Face à de tels problèmes, on peut quand même s'interroger sur l'existence de méthodes parfaites de classement. C'est ce que nous proposons de faire à propos du classement d'un

1

Considérons une assemblée de 62 électeurs ayant le choix entre trois candidats A, B et C. Leurs ordres de préférence sont :

- A > B > C pour 23 électeurs ;
 - B > C > A pour 17 électeurs ;
 - B > A > C pour 2 électeurs ;
 - C > A > B pour 10 électeurs ;
 - C > B > A pour 10 électeurs.
- On en déduit que :
- 33 électeurs préfèrent A à B et 29 préfèrent B à A.
 - 42 électeurs préfèrent B à C et 20 préfèrent C à B.
 - 37 électeurs préfèrent C à A et 25 préfèrent A à C.

Cela conduit à un cycle de préférence A > B > C > A, qui interdit de conclure à un classement précis entre les trois candidats.

Une conséquence de cette situation est que, lors d'une élection



à un tour, le candidat A l'emporte avec 23 voix (A 23 ; B 19 ; C 20), alors que si l'on organise une élection à deux tours, comme l'élection présidentielle en France, les candidats A et C sont sélectionnés pour le second tour, que C remporte.

Il semble que, pour cet exemple, aucune réponse satisfaisante n'existe à la question : « Quel est le bon ordre entre A, B et C ? » Une situation de ce type se présente parfois pour le dilemme du prisonnier. C'est ce que montre le présent article.