

gagner souvent, il faut accepter d'emporter peu de points. Cela apparaît avec M1.

M1: LE TOURNOI DES POINTS GAGNÉS

Si l'on évalue la valeur d'une stratégie dans l'ensemble S des six stratégies au nombre de points qu'elle emporte quand elle rencontre chaque stratégie de S (y compris elle-même), on obtient un nouveau classement (voir le tableau des points gagnés dans l'encadré 2) :

M1: Son > Gra > Don > Méf > Gen > Méc.

Méchante est passée de première à dernière ! La divergence avec le classement M0 fondé sur les victoires est étonnante. Cela s'explique assez bien. Battre son adversaire en étant intransigeant est facile, mais a pour conséquence qu'on gagne peu de points si l'adversaire ne se laisse pas faire. *Méchante* bat tout le monde en n'acceptant aucune coopération et cela la condamne à récolter peu de points. *Sondeur*, plus subtile, ne cherche à exploiter que celles qui se laissent faire comme *Gentille*, ce qui la propulse en tête.

Les classements M0 et M1 sont bien sûr équitables: la méthode de classification ne favorise *a priori* aucune stratégie. Ces classements sont stables car déterministes: ils ne dépendent d'aucun paramètre aléatoire. Notons que si l'on considère que l'important est de réussir à coopérer avec les individus rencontrés et non de les écraser, le classement par victoires (M0) n'est pas pertinent, alors que celui par nombre de points gagnés (M1) est bien plus sensé. Cependant, M1 n'est pas l'idée ultime, car cette méthode ne prend pas en compte l'idée d'évolution par sélection naturelle.

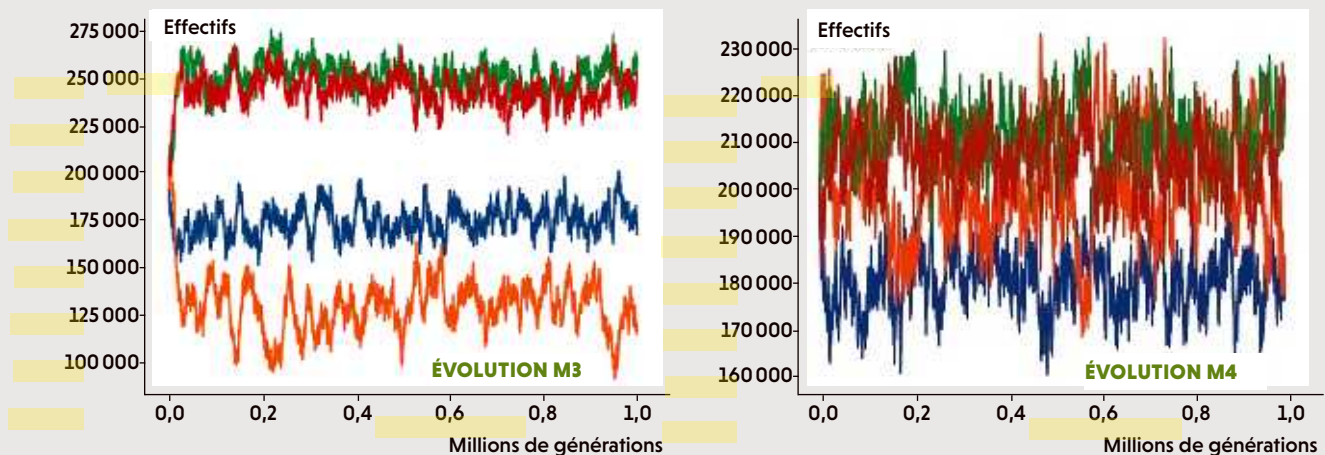
M2: COMPÉTITION ÉVOLUTIONNISTE DÉTERMINISTE

Les modèles évolutionnistes modélisent les compétitions entre stratégies en s'inspirant de ce qui se passe dans la nature quand des espèces

sont en compétition: celles qui réussissent à gagner beaucoup de points voient leurs effectifs augmenter, aux dépens de celles qui en gagnent peu, dont les effectifs diminuent.

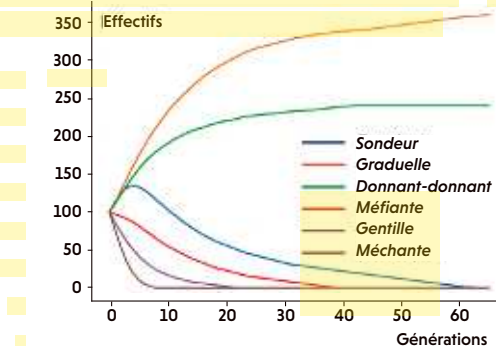
La troisième méthode, M2, a été proposée par Robert Axelrod. L'évolution des effectifs d'une population de stratégies à la génération $n+1$ dépend de sa réussite en nombre de points gagnés dans la «soupe» de la génération n . Au départ, une soupe d'individus comprend P_1 individus utilisant la stratégie s_1 , P_2 individus utilisant la stratégie s_2 , etc. Cette soupe est la génération 1. Chaque individu rencontre tous les autres individus de la soupe. L'effectif des individus jouant s_1 dans la composition de la génération 2 est proportionnel aux points que gagnent les s_1 dans la soupe de la génération 1. De même pour s_2 , et ainsi de suite. Les bonnes stratégies de la génération 1 ont de plus grandes descendance. On s'arrange (par une règle de trois) pour que le nombre total d'individus des générations successives reste constant. La génération 3 est calculée à partir de la génération 2 de la même façon, et ainsi de suite.

Ainsi, les stratégies qui réussissent à coopérer et gagnent donc beaucoup de points prospèrent, et celles qui jouent mal, par exemple parce que trop agressives, déclinent. Cependant, si une stratégie s réussit bien parce qu'elle exploite des stratégies s' qui jouent mal et qui disparaissent progressivement, alors au bout de quelques générations, s , n'ayant plus personne à exploiter, va jouer mal dans les nouvelles soupes et son effectif va alors diminuer. Être bon à ce jeu, c'est savoir exploiter les mauvaises stratégies, mais surtout bien jouer avec les bonnes stratégies. Le modèle est naturel, équitable et il est stable car déterministe. C'est le plus simple des modèles évolutionnistes et le plus souvent utilisé pour classer les stratégies au dilemme du prisonnier.



> Le classement issu de la courbe d'évolution des effectifs est:

M2: Gra > Don > Son > Méf > Gen > Méc.



L'effectif de *Sondeur* augmente au début (car il exploite *Gentille*) mais il diminue ensuite principalement parce que les *Gentille* disparaissent. Quatre des six stratégies sont exterminées, seules restent *Graduelle* et *Donnant-donnant*.

La victoire de *Graduelle* semble signifier qu'elle est plus robuste que *Donnant-donnant* et *Sondeur*, ce que d'autres simulations confirment. La mort des trois stratégies *Sondeur*, *Méfiante*, *Méchante* montre que, sauf en de très rares cas, ne survivent que les stratégies qui ne prennent pas l'initiative de trahir. Certes, *Gentille* ne prend pas l'initiative de trahir, mais

elle est vraiment trop gentille et se fait si violemment exploiter qu'elle est annihilée.

M3: L'ÉVOLUTION PAR RENCONTRES ALÉATOIRES

L'aspect déterministe de M2 est gênant, car dans le monde réel, un individu ne rencontre pas tous les autres, mais seulement certains plus ou moins au hasard. C'est l'idée du modèle M3 d'évolution par rencontres aléatoires.

À chaque pas de l'évolution, deux individus A et B jouant des stratégies différentes sont choisis au hasard dans la soupe. Ils se rencontrent et gagnent des points: G_A points pour l'un, G_B points pour l'autre. L'effectif des individus jouant la stratégie de A est augmenté de G_A , et l'effectif des individus jouant comme B est augmenté de G_B . Pour que le nombre total d'individus reste stable, on enlève alors $G_A + G_B$ individus dans la soupe en les choisissant au hasard. Ces simulations par rencontres aléatoires M3 modélisent l'idée d'une circulation au hasard des individus qui s'affrontent quand ils se croisent.

Comme dans le cas de M2, les effectifs évoluent. Pour que la variation des effectifs soit bien nette, il faut un très grand nombre de générations, car chaque génération ne modifie qu'assez peu les effectifs. Nos calculs ont été menés jusqu'à obtenir une forme de stabilité globale.

4

UN EXEMPLE DE BISTABILITÉ

Nous sommes tombés sur un cas étrange et intéressant. On considère dix stratégies, les six stratégies de notre exemple de base, auxquelles on ajoute :

- *majoM* : je commence par c, et je joue ensuite ce que mon adversaire a joué en majorité. En cas d'égalité, je joue c.
- *majoD* : je commence par t, et je joue ensuite ce que mon adversaire a joué en majorité. En cas d'égalité, je joue t.
- *Pct* : je joue périodiquement c, t.
- *Rancunière* : je coopère toujours, mais, dès que mon adversaire a trahi, je trahis toujours.

Dans 60 % des cas environ, la simulation pour M4 (le classement par processus de Fermi) produit un classement identique, avec *Sondeur* disposant d'un effectif moyen à l'équilibre (graphique de gauche ci-dessous).

Dans 40 % des cas, la simulation pour M4 montre un croisement brusque où *Rancunière* monte rejoindre les meilleures en même temps que *Sondeur* s'effondre (graphique de droite).

L'évolution d'une telle soupe est comparable à un système bistable où, de façon imprévisible, le système bascule vers une configuration stable A ou vers une autre configuration stable B.

