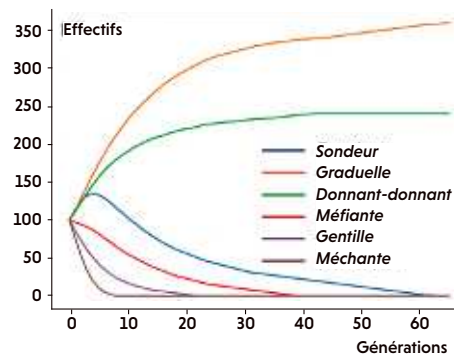


> Le classement issu de la courbe d'évolution des effectifs est:

M2: Gra > Don > Son > Mef > Gen > Mec.



L'effectif de *Sondeur* augmente au début (car il exploite *Gentille*) mais il diminue ensuite principalement parce que les *Gentille* disparaissent. Quatre des six stratégies sont exterminées, seules restent *Graduelle* et *Donnant-donnant*.

La victoire de *Graduelle* semble signifier qu'elle est plus robuste que *Donnant-donnant* et *Sondeur*, ce que d'autres simulations confirment. La mort des trois stratégies *Sondeur*, *Méfiante*, *Méchante* montre que, sauf en de très rares cas, ne survivent que les stratégies qui ne prennent pas l'initiative de trahir. Certes, *Gentille* ne prend pas l'initiative de trahir, mais

elle est vraiment trop gentille et se fait si violemment exploitée qu'elle est annihilée.

M3: L'ÉVOLUTION PAR RENCONTRES ALÉATOIRES

L'aspect déterministe de M2 est gênant, car dans le monde réel, un individu ne rencontre pas tous les autres, mais seulement certains plus ou moins au hasard. C'est l'idée du modèle M3 d'évolution par rencontres aléatoires.

À chaque pas de l'évolution, deux individus A et B jouant des stratégies différentes sont choisis au hasard dans la soupe. Ils se rencontrent et gagnent des points: G_A points pour l'un, G_B points pour l'autre. L'effectif des individus jouant la stratégie de A est augmenté de G_A , et l'effectif des individus jouant comme B est augmenté de G_B . Pour que le nombre total d'individus reste stable, on enlève alors $G_A + G_B$ individus dans la soupe en les choisissant au hasard. Ces simulations par rencontres aléatoires M3 modélisent l'idée d'une circulation au hasard des individus qui s'affrontent quand ils se croisent.

Comme dans le cas de M2, les effectifs évoluent. Pour que la variation des effectifs soit bien nette, il faut un très grand nombre de générations, car chaque génération ne modifie qu'assez peu les effectifs. Nos calculs ont été menés jusqu'à obtenir une forme de stabilité globale.

UN EXEMPLE DE BISTABILITÉ

4

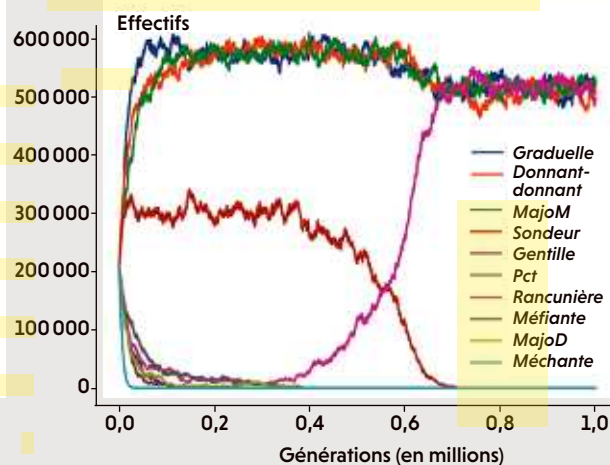
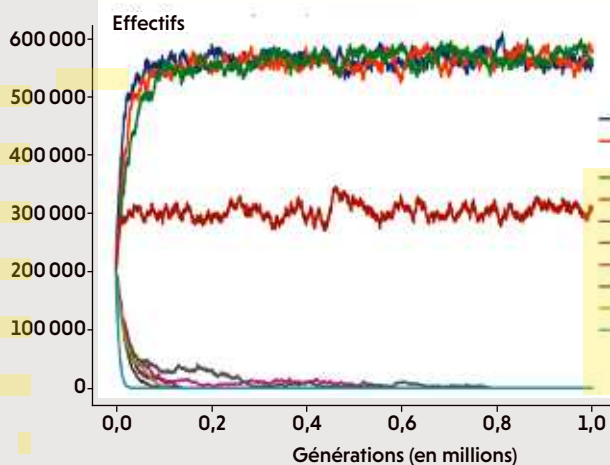
Nous sommes tombés sur un cas étrange et intéressant. On considère dix stratégies, les six stratégies de notre exemple de base, auxquelles on ajoute :

- *majoM* : je commence par c, et je joue ensuite ce que mon adversaire a joué en majorité. En cas d'égalité, je joue c.
- *majoD* : je commence par t, et je joue ensuite ce que mon adversaire a joué en majorité. En cas d'égalité, je joue t.
- *Pct* : je joue périodiquement c, t.
- *Rancunière* : je coopère toujours, mais, dès que mon adversaire a trahi, je trahis toujours.

Dans 60 % des cas environ, la simulation pour M4 (le classement par processus de Fermi) produit un classement identique, avec *Sondeur* disposant d'un effectif moyen à l'équilibre (graphique de gauche ci-dessous).

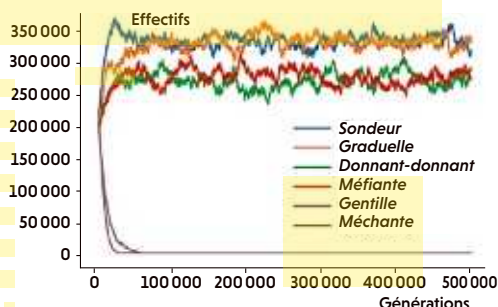
Dans 40 % des cas, la simulation pour M4 montre un croisement brusque où *Rancunière* monte rejoindre les meilleures en même temps que *Sondeur* s'effondre (graphique de droite).

L'évolution d'une telle soupe est comparable à un système bistable où, de façon imprévisible, le système bascule vers une configuration stable A ou vers une autre configuration stable B.



Dans cet exemple, après une période d'évolution caractérisée par de violentes hausses et baisses, les effectifs des stratégies sont stabilisés. *Sondeur* et *Graduelle* s'affrontent en tête sans qu'aucune ne s'impose. De même, *Donnant-donnant* et *Méfiant* se disputent indéfiniment la troisième place. *Gentille* et *Méchante* disparaissent au bout d'un certain temps. *Méfiant*, qui mourait dans la simulation M2, survit cette fois. *Sondeur* est revenue en tête avec *Graduelle*, qui confirme sa robustesse. Le classement M3 semble mélanger M1 et M2:

M3: Gra = Son > Don = Méf > Gen = Méc.



L'idée, valable pour M2, que les stratégies qui prennent l'initiative de trahir se font éliminer n'est maintenant plus vraie. La raison en est sans doute que, avec M2, la situation tend presque toujours vers un état où tout le monde coopère avec tout le monde, et que cet état de «coopération généralisée» ne peut être atteint que si les stratégies qui prennent l'initiative de trahir disparaissent. On observe donc que le modèle d'évolution probabiliste M2 possède de nouvelles configurations d'équilibre laissant subsister les stratégies agressives. Le modèle M3 est plus conforme à la réalité sociale, où persistent des comportements agressifs et où la convergence vers un état de coopération généralisée n'est pas une règle absolue.

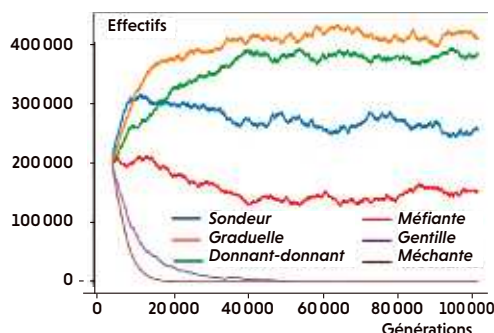
M4: LE CLASSEMENT PAR PROCESSUS DE FERMI

Le modèle M4 s'inspire de modèles de physique statistique rattachés à Enrico Fermi. À chaque pas de l'évolution, deux individus A et B sont choisis au hasard selon une probabilité proportionnelle à leur adaptation à la soupe, que l'on calcule en imaginant un tournoi généralisé entre toutes les stratégies de la soupe et en comptabilisant les points gagnés. Ils se rencontrent et gagnent des points: G_A points pour l'un, G_B points pour l'autre. L'effectif des individus jouant la stratégie de A est augmenté de G_A , et l'effectif des individus jouant comme B est augmenté de G_B . Comme pour M3, on retire $G_A + G_B$ individus de la soupe en les choisissant selon la probabilité uniforme.

Les simulations M4 modélisent un mécanisme de circulation aléatoire des individus qui s'affrontent quand ils se rencontrent, ce qui est

d'autant plus probable que leur aptitude est élevée. L'idée est que les meilleurs individus sont les plus actifs et cherchent plus fréquemment à affronter les autres éléments de la soupe. De nouveau, certaines stratégies agressives survivent.

M4: Gra > Don > Son > Méf > Gen = Méc.



Toutes les méthodes, sauf M0, donnent des classements différents, mais à part M0, ils se ressemblent. Cependant, même si les classements finaux sont proches pour M1, M2, M3, M4, la morphologie des courbes diffère sensiblement d'un modèle à l'autre.

La conclusion est qu'il n'existe pas d'ordre définitif entre les stratégies. On observe quand même que deux stratégies sont franchement mauvaises (*Gentille* et *Méchante*), que deux sont moyennes (*Méfiant* et *Sondeur*), et que deux sont en tête (*Donnant-donnant* et *Graduelle*). De plus, la stratégie *Graduelle* devance assez souvent *Donnant-donnant*.

Ce classement, déduit de la prise en considération de M1 à M4, est lié à l'ensemble des stratégies que nous avons étudiées, mais comme nous l'avons déjà mentionné, il reste propre à cet ensemble de stratégies.

Le plus souvent, les classements donnés par les simulations M1 à M4 sont similaires, ce qui est rassurant. Mais lorsqu'on compose une soupe avec beaucoup de stratégies agressives, c'est-à-dire prenant l'initiative de trahir, on est surpris. Le cas détaillé à l'encadré 3 est extrême et montre qu'aucune égalité n'est vérifiée dans le cas général. La situation est donc ici semblable à celle des systèmes de vote: le plus souvent, les méthodes donnent des classement identiques ou proches, mais fabriquer des exemples où les classements se contredisent est possible.

L'encadré 4 donne un exemple remarquable où la simulation M4 produit un système bistable. De façon totalement imprévisible, deux états statistiquement stables différents sont possibles, mais une fois tombé dans l'un ou l'autre, le système n'en sort plus.

Notons pour finir que mener de telles simulations, avec parfois plus d'un million de générations concernant des centaines de milliers de stratégies, n'est pas très facile et exige une programmation soigneuse... et beaucoup de patience! ■

BIBLIOGRAPHIE

P. Mathieu et J.-P. Delahaye, **Experimental criteria to identify efficient probabilistic memory-one strategies for the iterated prisoner's dilemma**, *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 97, 101946, 2019.

J.-P. Delahaye et P. Mathieu, **Adoucir son comportement ou le durcir**, *Pour la Science* n° 462, pp. 80-85, 2016.

P. Mathieu et J.-P. Delahaye, **New winning strategies for the iterated prisoner's dilemma**, *Proc. of the 2015 Int. Conf. on Autonomous Agents and Multiagent Systems*, pp. 1665-1666, 2015.

X. Liu et al., **Fixation probabilities in evolutionary games with the Moran and Fermi processes**, *Journal of Theoretical Biology*, vol. 364, pp. 242-248, 2015.

M. Balinski et R. Laraki, **Majority Judgment: Measuring, Ranking, and Electing**, MIT Press, 2011.

R. Axelrod, **The Complexity of Cooperation: Agent-Based Models of Competition and Collaboration**, Princeton University Press, 1997.

B. Beaufils et al., **Our meeting with gradual, a good strategy for the iterated prisoner's dilemma**, *Proceedings of the Fifth International Workshop on the Synthesis and Simulation of Living Systems*, MIT Press, 1997.

R. Axelrod et W. D. Hamilton, **The evolution of cooperation**, *Science*, vol. 211, pp. 1390-1396, 1981.