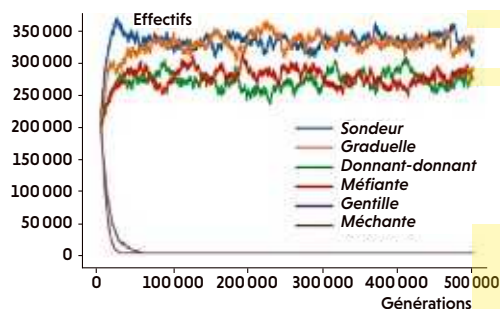


Dans cet exemple, après une période d'évolution caractérisée par de violentes hausses et baisses, les effectifs des stratégies sont stabilisés. *Sondeur* et *Graduelle* s'affrontent en tête sans qu'aucune ne s'impose. De même, *Donnant-donnant* et *Méfiant* se disputent indéfiniment la troisième place. *Gentille* et *Méchante* disparaissent au bout d'un certain temps. *Méfiant*, qui mourait dans la simulation M2, survit cette fois. *Sondeur* est revenue en tête avec *Graduelle*, qui confirme sa robustesse. Le classement M3 semble mélanger M1 et M2 :

M3: Gra = Son > Don = Méf > Gen = Méc.



L'idée, valable pour M2, que les stratégies qui prennent l'initiative de trahir se font éliminer n'est maintenant plus vraie. La raison en est sans doute que, avec M2, la situation tend presque toujours vers un état où tout le monde coopère avec tout le monde, et que cet état de «coopération généralisée» ne peut être atteint que si les stratégies qui prennent l'initiative de trahir disparaissent. On observe donc que le modèle d'évolution probabiliste M2 possède de nouvelles configurations d'équilibre laissant subsister les stratégies agressives. Le modèle M3 est plus conforme à la réalité sociale, où persistent des comportements agressifs et où la convergence vers un état de coopération généralisée n'est pas une règle absolue.

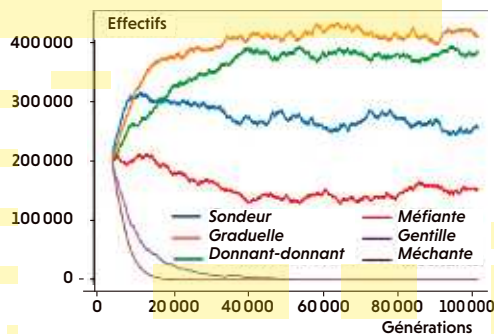
M4: LE CLASSEMENT PAR PROCESSUS DE FERMI

Le modèle M4 s'inspire de modèles de physique statistique rattachés à Enrico Fermi. À chaque pas de l'évolution, deux individus A et B sont choisis au hasard selon une probabilité proportionnelle à leur adaptation à la soupe, que l'on calcule en imaginant un tournoi généralisé entre toutes les stratégies de la soupe et en comptabilisant les points gagnés. Ils se rencontrent et gagnent des points: G_A points pour l'un, G_B points pour l'autre. L'effectif des individus jouant la stratégie de A est augmenté de G_A , et l'effectif des individus jouant comme B est augmenté de G_B . Comme pour M3, on retire $G_A + G_B$ individus de la soupe en les choisissant selon la probabilité uniforme.

Les simulations M4 modélisent un mécanisme de circulation aléatoire des individus qui s'affrontent quand ils se rencontrent, ce qui est

d'autant plus probable que leur aptitude est élevée. L'idée est que les meilleurs individus sont les plus actifs et cherchent plus fréquemment à affronter les autres éléments de la soupe. De nouveau, certaines stratégies agressives survivent.

M4: Gra > Don > Son > Méf > Gen = Méc.



Toutes les méthodes, sauf M0, donnent des classements différents, mais à part M0, ils se ressemblent. Cependant, même si les classements finaux sont proches pour M1, M2, M3, M4, la morphologie des courbes diffère sensiblement d'un modèle à l'autre.

La conclusion est qu'il n'existe pas d'ordre définitif entre les stratégies. On observe quand même que deux stratégies sont franchement mauvaises (*Gentille* et *Méchante*), que deux sont moyennes (*Méfiant* et *Sondeur*), et que deux sont en tête (*Donnant-donnant* et *Graduelle*). De plus, la stratégie *Graduelle* devance assez souvent *Donnant-donnant*.

Ce classement, déduit de la prise en considération de M1 à M4, est lié à l'ensemble des stratégies que nous avons étudiées, mais comme nous l'avons déjà mentionné, il reste propre à cet ensemble de stratégies.

Le plus souvent, les classements donnés par les simulations M1 à M4 sont similaires, ce qui est rassurant. Mais lorsqu'on compose une soupe avec beaucoup de stratégies agressives, c'est-à-dire prenant l'initiative de trahir, on est surpris. Le cas détaillé à l'encadré 3 est extrême et montre qu'aucune égalité n'est vérifiée dans le cas général. La situation est donc ici semblable à celle des systèmes de vote: le plus souvent, les méthodes donnent des classement identiques ou proches, mais fabriquer des exemples où les classements se contredisent est possible.

L'encadré 4 donne un exemple remarquable où la simulation M4 produit un système bistable. De façon totalement imprévisible, deux états statistiquement stables différents sont possibles, mais une fois tombé dans l'un ou l'autre, le système n'en sort plus.

Notons pour finir que mener de telles simulations, avec parfois plus d'un million de générations concernant des centaines de milliers de stratégies, n'est pas très facile et exige une programmation soigneuse... et beaucoup de patience! ■

BIBLIOGRAPHIE

P. Mathieu et J.-P. Delahaye, **Experimental criteria to identify efficient probabilistic memory-one strategies for the iterated prisoner's dilemma**, *Simulation Modelling Practice and Theory*, vol. 97, 101946, 2019.

J.-P. Delahaye et P. Mathieu, **Adoucir son comportement ou le durcir**, *Pour la Science* n° 462, pp. 80-85, 2016.

P. Mathieu et J.-P. Delahaye, **New winning strategies for the iterated prisoner's dilemma**, *Proc. of the 2015 Int. Conf. on Autonomous Agents and Multiagent Systems*, pp. 1665-1666, 2015.

X. Liu et al., **Fixation probabilities in evolutionary games with the Moran and Fermi processes**, *Journal of Theoretical Biology*, vol 364, pp. 242-248, 2015.

M. Balinski et R. Laraki, **Majority Judgment: Measuring, Ranking, and Electing**, MIT Press, 2011.

R. Axelrod, **The Complexity of Cooperation: Agent-Based Models of Competition and Collaboration**, Princeton University Press, 1997.

B. Beaufils et al., **Our meeting with gradual, a good strategy for the iterated prisoner's dilemma**, *Proceedings of the Fifth International Workshop on the Synthesis and Simulation of Living Systems*, MIT Press, 1997.

R. Axelrod et W. D. Hamilton, **The evolution of cooperation**, *Science*, vol. 211, pp. 1390-1396, 1981.

L'AUTEUR



LOÏC MANGIN
rédacteur en chef adjoint
à *Pour la Science*

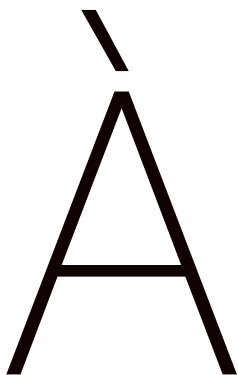
Exposition « *Black Sun* »,
du 5 février au 9 mai 2021,
au musée d'art
contemporain de Herning,
au Danemark :
www.heartmus.dk/en/

Le site de Søren Solkær :
<https://sorensolkaer.com/>

Le livre *Black Sun* :
<http://bit.ly/Solk-BSUN>

LA MURMURATION DES ÉTOURNEAUX

Un photographe danois a saisi le ballet mouvant
et hypnotique des nuées d'étourneaux dont la modélisation
explique bien des phénomènes, notamment la migration
des gnous dans... «Le Roi Lion».



À l'aube, dans les marais du sud du Danemark, le paysage est paisible et immobile. Soudain, un bruit. D'un coup, ce qui apparaissait de loin comme les feuilles de quelques arbres réunis en un bosquet s'envole. Dans les airs, des milliers de points noirs composent alors une masse mouvante, liquide, adoptant

des formes variées qui convoquent l'imagination, là un oiseau géant, ici une raie, souvent de gigantesques vagues déferlantes... Parfois compact, parfois lâche, le nuage évolue en arabesques dignes d'une folle calligraphie. De quoi s'agit-il ? De simples nuées d'oiseaux, plus précisément d'étourneaux sansonnets (*Sturnus vulgaris*).

C'est devant ce spectacle que le photographe danois Søren Solkær, revenu pour l'occasion sur les terres de son enfance, a posé son objectif et a donné corps à son projet *Black Sun*. L'ensemble des clichés ont été réunis en un livre et certains, tirés sur un papier japonais traditionnel (le *washi*, à base de fibres de mûrier sauvage), seront exposés pendant quelques mois au musée d'art contemporain de Herning, au Danemark.

Que sait-on de la dynamique de ces nuées d'étourneaux, pour lesquelles on parle aussi de *murmuration* ? Ces oiseaux sont très sociaux, excepté au moment de la reproduction, et se réunissent notamment avant de migrer, ce comportement concernant surtout les populations du nord et de l'est de l'Europe. Des communautés rassemblant jusqu'à des millions d'individus se préparent ainsi à parcourir des milliers de kilomètres vers le sud du continent, voire l'Afrique du Nord.

Plusieurs mathématiciens et physiciens se sont penchés sur les mécanismes à l'œuvre au cœur d'un nuage d'étourneaux. Au début des années 1980, Wayne Potts, aujourd'hui professeur à l'université de l'Utah, à Salt Lake City, aux États-Unis, montre à partir d'enregistrements vidéo qu'il n'y a pas de chef : n'importe

