

Un second mouvement consiste à prendre l'avant-dernière carte et à la placer sur celle à sa gauche :

R—N—R—R—N—N/R—N/R.

On poursuit par exemple de cette façon :

R—N—R—N/R—N/R—N/R;

R—N—N/R—N/R—N/R;

N/R—N/R—N/R—N/R.

Arrivé à ces quatre paquets, on ne peut plus rien faire et on a perdu, puisqu'il fallait aboutir à un seul paquet. Avec la configuration initiale de l'exemple, il y a une façon de réussir... que je vous laisse chercher.

Deux questions générales se posent. Quelle est la meilleure façon de jouer ? Et si on l'utilise, quelle est alors la probabilité de gagner ? Des réponses viennent assez rapidement.

Situations perdantes. Il est évident que si la ligne se termine par deux cartes ou plus de la même couleur, il sera impossible d'arriver à un seul paquet, car chaque manipulation maintiendra identique les cartes au-dessus des deux derniers paquets, qui ne pourront donc jamais se replier en un seul.

Situations gagnantes et stratégie. Si les deux dernières cartes de la ligne sont de couleurs différentes, on utilise la méthode suivante qui permet de gagner à coup sûr. On se sert de l'avant-dernière carte et de celles de la même couleur pour faire disparaître toutes les cartes de couleur opposée en procédant de la droite vers la gauche. L'avant-dernière carte est utilisée pour recouvrir toutes les cartes de couleur opposée qui la précèdent. Puis la carte de la même couleur placée à sa gauche est utilisée de même, et ainsi de suite. Une fois qu'il ne reste que la dernière carte et des cartes de couleur opposée à sa gauche, on utilise cette dernière carte pour recouvrir toutes les autres une à une. On a alors un paquet unique.

Une condition nécessaire et suffisante pour avoir la possibilité de gagner est donc que les deux dernières cartes soient de couleur différentes.

La probabilité d'avoir la possibilité de gagner est donc la probabilité que les deux dernières cartes soient (R, N) ou (N, R). Si le paquet utilisé pour composer la ligne de départ possède r cartes rouges et n cartes noires, cette probabilité est :

$$\frac{r}{r+n} \times \frac{n}{r+n-1} + \frac{n}{r+n} \times \frac{r}{r+n-1} = \frac{2rn}{(r+n)(r+n-1)}.$$

Avec un jeu de 32 cartes (16 R, 16 N), cela donne $2 \times 16 \times 16 / (32 \times 31) = 51,61\%$, ce qui est plutôt satisfaisant !

« EN GARDER DEUX DE LA MÊME COULEUR »

Envisageons maintenant des variantes dont l'analyse complète est encore possible. Pour la variante « En garder deux de la même couleur », les règles sont les mêmes, mais le but est d'arriver à avoir exactement deux >



HISTOIRE DES SOLITAIRES ET PATIENCES

Le jeu de plateau dénommé *Solitaire* existe depuis au moins trois siècles et se joue seul. Il consiste à faire disparaître tous les pions sauf un d'un damier (souvent en forme de croix) en les « sautant » les uns après les autres comme au jeu de dames.

En 1697, il est décrit et étudié dans la revue *Le Mercure Galant* (devenu plus tard *Le Mercure de France*), où il est introduit par les phrases : « Le jeu appelé du Solitaire est tellement à la mode, que vous & vos Amies, vous ne serez pas fâchées d'en avoir des règles certaines. [...] De quelque pays que soit cet étranger, il a Esté bien reçu en France, où il vient d'arriver. Il plaist à la Cour, à Paris, & dans la Province ; on le veut avoir partout. » Le jeu a été étudié par Gottfried Leibniz, Martin Gardner, Nicolaas De Bruijn, John Conway et bien d'autres (voir par exemple l'article de Christopher Jefferson et al. cité dans la bibliographie).

Dans une lettre au mathématicien Pierre Rémond de Montfort le 17 janvier 1716, Leibniz écrivait : « Après les jeux qui dépendent des nombres, viennent les jeux où entre encore la situation, comme dans le Trictrac, dans les Dames, et surtout dans les Échecs. Le jeu nommé le Solitaire me plaît assez. Je le pris d'une manière renversée, c'est-à-dire, au lieu de défaire un composé de pièces selon la loi de ce jeu,

qui est de sauter dans une place vide, et ôter la pièce sur laquelle on saute, j'ai cru qu'il serait plus beau de rétablir ce qui a esté défait, en remplissant un trou sur lequel on saute... » (voir l'article de Mary Sol de Mora-Charles cité dans la bibliographie).

Les jeux de cartes qu'on joue seul, dénommés « patiences », « solitaires » ou « réussites », existent semble-t-il seulement depuis la fin du XVIII^e siècle. En France, ils furent rendus populaires par le livre de la Marquise de Fortia, paru en 1842, *Le Livre des patiences* (publié sous le nom d'auteur Madame de F***). Il est téléchargeable sur : <https://gallica.bnf.fr>

La plus célèbre des patiences est sans doute *Klondike*, qui, aujourd'hui, est proposée pour téléphone ou ordinateur. Bien qu'ayant donné lieu à de nombreuses études, la probabilité de gagner une partie n'est pas connue avec précision, ce qui a fait dire à Persi Diaconis, célèbre prestidigitateur et mathématicien américain, ami de Martin Gardner, que l'incapacité de calculer cette probabilité est un échec embarrassant des probabilités appliquées.

Dans le présent article, on envisage trois types de patiences avec des cartes. Elles sont toutes très simples et les règles ne prennent en compte que la couleur rouge ou noire des cartes.