

> gagner pour TD-12, TD-14, ..., TD-26, que l'on a comparée au nombre donné par la suite de l'encyclopédie de Neil Sloane divisé par le nombre de configurations initiales possibles, qui est $C(4n, 2n)$ pour TD- $2n$.

	Probabilité de gagner (simulations)	Probabilité de gagner (formule)
TD-12	31,74%	31,57%
TD-14	29,34%	29,36%
TD-16	27,38%	27,55%
TD-18	26,18%	26,04%
TD-20	24,60%	24,76%
TD-22	23,50%	23,65%
TD-24	22,69%	22,67%
TD-26	22,03%	21,81%

Le tableau de probabilités obtenu expérimentalement correspond assez bien au tableau de probabilités provenant de la formule de l'encyclopédie de Sloane.

Partant de cette information, nous avons recherché une caractérisation des configurations gagnantes permettant d'arriver à la formule $[C(2n, n)]^2$. Nous avons pu la trouver et établir que le nombre de configurations gagnantes dans le cas de $2k$ cartes rouges et $2h$ cartes noires est $[C(k+h, h)]^2$, et par conséquent que la probabilité de gagner est $[C(k+h, h)]^2 / C(2k+2h, 2h)$ (voir l'encadré 3).

La patience «Tout débarrasser» est donc entièrement traitée et, grâce à la formule, vous pouvez savoir en fonction du paquet que vous utiliserez quelle est votre probabilité de gagner : avec un paquet de 32 cartes, vous gagnerez dans 27,55% des cas ; avec un paquet de 52 cartes, ce ne sera que 21,81%. On notera que dans cette étude, l'utilisation de l'encyclopédie des suites numériques a été déterminante. Il est probable que, sans l'utiliser, jamais je n'aurais pu établir le résultat général.

LA RÉUSSITE D'HERMIONE

Considérons maintenant une réussite en rouge en noir qui m'a été expliquée à Hermione (Ermioni), en Grèce. Elle semble intéressante car, bien que déterministe et très simple, il est difficile d'en comprendre toutes les propriétés et en particulier de calculer la probabilité de gagner autrement que par simulation informatique et évaluation statistique.

Cette patience n'exige pas de table, on pourra donc la pratiquer dans un bus ou en voiture. On tient le jeu battu dans la main gauche et on fait passer les cartes deux par deux dans la main droite.

On met les deux cartes au-dessus si elles sont de la même couleur, sinon on les met sous le paquet en les laissant dans le même ordre. Petit à petit, le paquet passe de la main gauche à la main droite. Le nombre de paires de même couleur sur le dessus du paquet est la valeur

du paquet. Ce nombre est forcément pair. En effet, les cartes qui composent ces paires contiennent autant de rouges que de noires puisque c'est le cas du reste du paquet, ce qui oblige à un nombre pair de paires de la même couleur au-dessus du paquet. Avec un jeu de 32 cartes, ce nombre peut donc être 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 ou 16.

Quand on a terminé une manipulation, on ne mélange pas le jeu, on prend la carte du dessus du paquet et on la place en dessous. On fait alors passer le paquet de la main droite à la main gauche, et on recommence la manipulation.

À la fin de chaque manipulation, on note la valeur du paquet obtenu. On trouve par exemple la suite de valeurs 6, 2, 6, 4, 8, 8, etc. On a gagné si l'on réussit à avoir une valeur supérieure à 8 (donc 10, 12, 14, 16).

On est tenté d'essayer longtemps, mais souvent on échoue, aucune valeur supérieure à 8 ne se produisant. On constate qu'on tombe aussi sur ce qui semble être un cycle de valeurs, par exemple 8, 6, 8, 6, ... Obtenir 14 semble difficile, et 16 encore plus ! Pourtant, c'est évidemment possible. Une simulation informatique avec 100 000 tentatives donne : 0 fois 0, 0 fois le 2, 133 fois le 4, 4 670 fois le 6, 36 830 fois le 8, 44 100 fois le 10, 13 081 fois le 12, 1 185 fois le 14, 1 fois le 16.

On a donc environ 58,3% de chances d'obtenir un paquet ayant une valeur 10 ou plus, 14,3% d'avoir 12 ou plus, 1,2% d'avoir 14 ou plus.

Quelques questions se posent. Quelle est la longueur du plus long cycle de résultats pour un jeu de 32 cartes ? Quelle est la plus longue attente avant d'entrer dans un cycle pour un jeu de 32 cartes ? Que se passe-t-il plus généralement pour des jeux de K cartes rouges et K cartes noires ? Pour la première question, on a une idée. Une série de nombreux essais semble montrer que quel que soit le paquet de K cartes rouges et K cartes noires, la manipulation finit inévitablement par tomber sur une suite constante de valeurs (par exemple 8, 8, 8...) ou sur un cycle d'ordre deux (par exemple 12, 10, 12, 10). Qui saura le démontrer ?

Il existe des dizaines de travaux mathématiques consacrés aux patiences et solitaires et il s'en publie encore régulièrement. Les patiences prenant en compte seulement les couleurs rouge et noire devraient être les plus simples, mais, finalement, ce n'est pas si sûr. Elles semblent une riche source de problèmes de tous niveaux. Le fait de ne manipuler que deux valeurs possibles pour les cartes intéressera les informaticiens, dont on sait qu'ils adorent le binaire ; mais, plus généralement, elles pourraient occuper mathématiciens et amateurs de programmation pour les longues journées de vacances pluvieuses ou... d'épidémie. ■

BIBLIOGRAPHIE

I. Gent et C. Blake, **Patience experimental results**, 2019 : <https://bit.ly/3ek8Y97>

C. Blake et I. P. Gent, **The winnability of Klondike solitaire and many other patience games**, prépublication, 2019 : <https://arxiv.org/abs/1906.12314>

A. Tung, **A brief history of Solitaire, Patience, and other card games for one**, *The Week*, 2015 : <https://bit.ly/30qE9HQ>

C. Jefferson et al., **Modelling and solving English Peg Solitaire**, *Computers & Operations Research*, vol. 33(10), pp. 2935-2959, 2006.

X. Yan et al., **Solitaire : Man versus machine**, *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 17, pp. 1553-1560, 2005.

E. Berlekamp et al., **Purging pegs properly, Winning Ways for Your Mathematical Plays** (2^e éd.), vol. 4, pp. 803-841, A K Peters, 2004.

S. de Mora-Charles, **Quelques jeux de hasard selon Leibniz**, *Historia Mathematica*, vol. 19, pp. 125-157, 1992.

L'AUTEUR



LOÏC MANGIN
rédacteur en chef adjoint
à *Pour la Science*

L'EXPLOSIF « SECRET DE LA HOLLANDE »

Au milieu du XVII^e siècle, une poudrière cachée explosa à Delft, aux Pays-Bas. L'événement, qui déjà alertait sur le danger des produits azotés, fut immortalisé plusieurs fois par le peintre Egbert van der Poel.

Le 4 août 2020, port de Beyrouth, au Liban; le 12 août 2015, port de Tianjin, en Chine; le 21 septembre 2001, usine AZF, à Toulouse; le 16 avril 1947, Texas City, aux États-Unis... la liste des explosions accidentelles impliquant du nitrate d'ammonium (NH_4NO_3) est longue. On en compte plus de vingt depuis le début du xx^e siècle et, ne serait-ce qu'en France, dix incidents susceptibles d'avoir impliqué ce composé chimique ont été recensés depuis la fin des années 1980. Les événements de ce type ne sont pas plus anciens, car ce n'est que depuis 1909 et les travaux du chimiste allemand Fritz Haber que l'on sait synthétiser l'ammoniac (NH_3), ingrédient indispensable à la production de nitrate d'ammonium.

Ce n'est pas pour autant que les composés azotés n'ont pas fait de dégâts auparavant. Ainsi en va-t-il du nitre, l'ancien salpêtre, qui correspond au nitrate de potassium KNO_3 . Avec le charbon de bois et le soufre, il est l'un des composants de la poudre noire, le plus ancien explosif chimique connu. Inventé en Chine au VII^e siècle, il aurait gagné l'Europe quelques siècles plus tard sans que les historiens ne s'entendent ni sur le chemin emprunté ni sur les dates. Toujours est-il qu'au début du XVII^e siècle, son usage est attesté sur notre continent. Et les ennuis commencent...

Le 12 octobre 1654, à 10 heures 15 du matin, au nord-est de la ville de Delft, aux Pays-Bas, un entrepôt de poudre noire explosa, faisant au moins une centaine de victimes et des dégâts matériels considérables. L'un des nombreux témoins de l'événement, resté dans l'histoire sous le nom de « Coup de tonnerre de Delft » (*Delftse donderslag* en néerlandais), a été particulièrement marqué au point d'en livrer plusieurs représentations. Il s'agit du peintre Egbert van der Poel, à qui l'on doit une *Explosion de la poudrière de Delft, le 12 octobre 1654* (voir la reproduction

L'Explosion de la poudrière de Delft, le 12 octobre 1654, huile sur toile, Egbert van der Poel, 1654-1660, 37 x 62 cm.



ci-dessus), exposée au Rijksmuseum, à Amsterdam, et une *Vue de Delft, après l'explosion de 1654*, conservée à la National Gallery, à Londres. Notons qu'une des filles du peintre a été enterrée deux jours après le drame. Fut-elle une des victimes? On l'ignore. Mais c'est assurément le cas d'un des disciples de Rembrandt, Carel Fabritius.

La première toile montre un paysage que l'on croirait nocturne, alors que l'explosion a eu lieu en milieu de matinée. C'est que la déflagration a été violente! Environ 30 tonnes de poudre étaient stockées dans des tonneaux. La poudre noire est stable à température ambiante,



mais un petit apport d'énergie suffit à amorcer la réaction, en l'occurrence une combustion lors de laquelle le salpêtre joue le rôle de comburant en libérant de l'oxygène, celui-ci oxydant le soufre et le carbone (les combustibles). La poudre étant confinée, la combustion a produit une grande quantité de gaz d'abord sous pression puis, celui-ci se libérant, une détonation, une onde de choc et un fort effet de souffle. Le bruit aurait été entendu à plus de 120 kilomètres de là ! On comprend alors les dégâts observés et la terreur des personnages sur le tableau d'Egbert van der Poel. La fumée dégagée par la réaction chimique est

suffisamment dense (et normalement blanche) pour obscurcir en partie le ciel, comme on le voit sur la toile.

Que sait-on de l'origine du drame ? Peu de choses. Selon certains, quelques étincelles projetées de la lanterne de Cornelis Soetens, le gérant de la poudrerie, entré peu avant le drame dans l'édifice, seraient en cause. En tout cas, la surprise a dû être immense, car la poudrière s'était installée dans la plus grande discrétion, au point que l'entrepôt, en grande partie souterrain, était connu de quelques-uns comme le « Secret de la Hollande ». La ville fut vite reconstruite, grâce à la solidarité nationale, et en 1659,

de l'autre côté de la ville, Vermeer put peindre une *Vue de Delft* beaucoup plus sereine, même si sa contemplation est à l'origine de la mort de Bergotte, le personnage de Proust. ■

Le site du Rijksmuseum :
<https://bit.ly/2NZIMXE>



L'auteur a publié :
**Pollock, Turner, Van Gogh,
 Vermeer et la science...**
 (Belin, 2018)