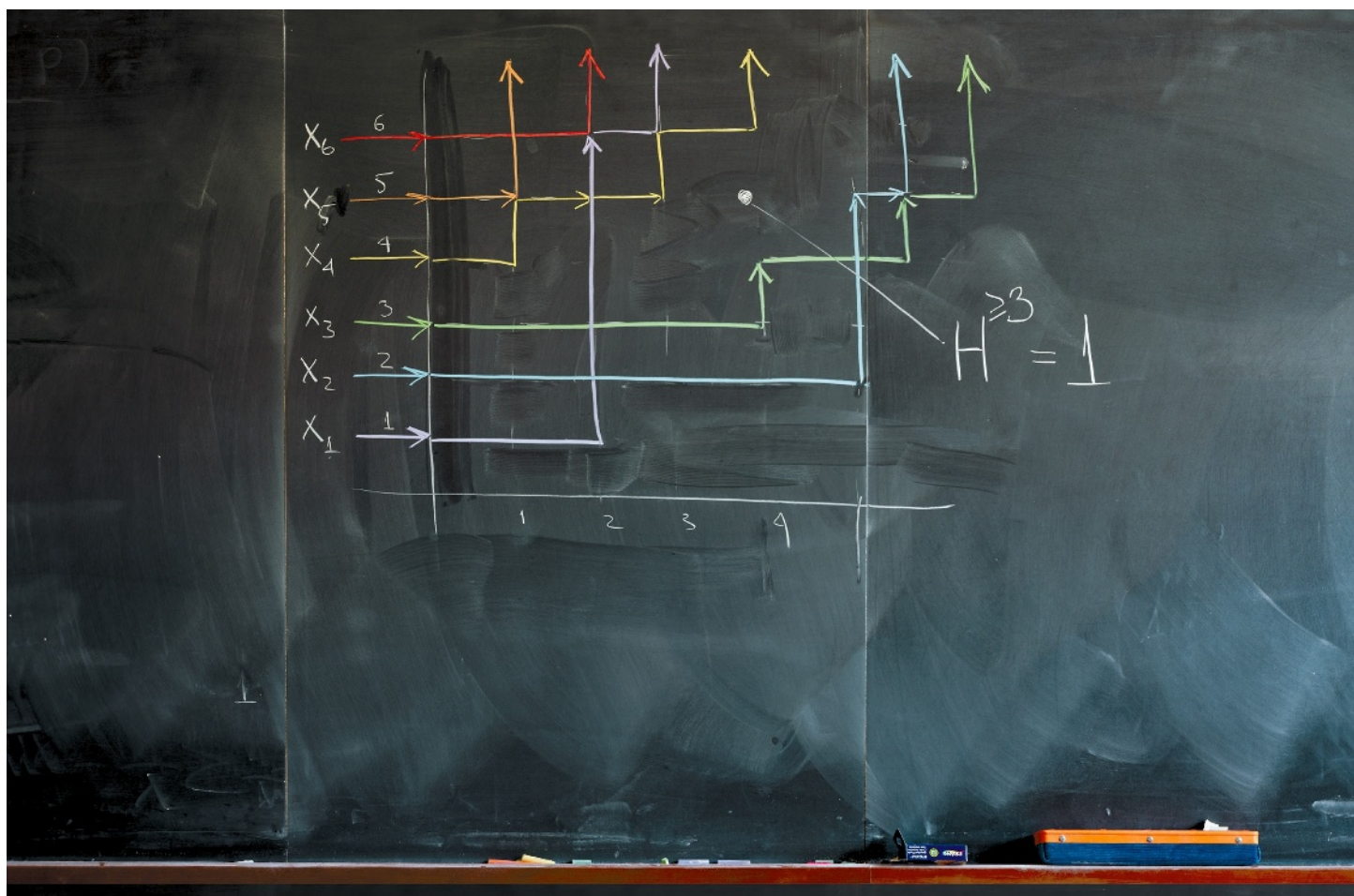
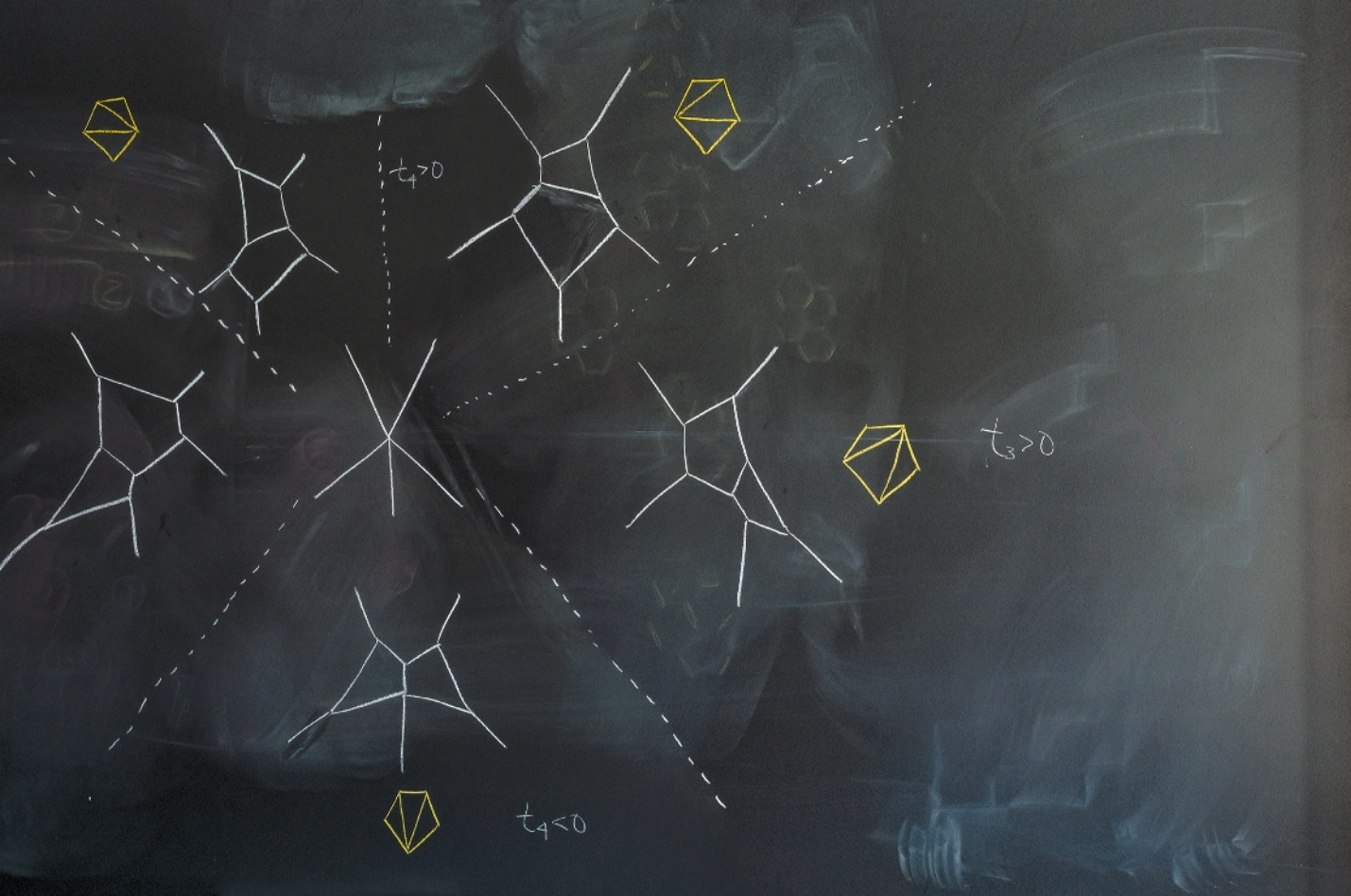


ONDES RAMIFIÉES

Ces diagrammes en forme de bâtonnets représentent des instantanés de l'évolution d'ondes. Les lignes blanches codent les positions des pics d'une configuration de vagues en eau peu profonde à un instant donné. « Ces vagues ont des interactions intéressantes », explique Lauren Williams, mathématicienne à l'université Harvard. « Par exemple, deux vagues peuvent se rencontrer et ne former qu'une seule vague à la sortie, et, si on laisse le temps varier, on voit que les vagues interagissent selon différents motifs. »

Lauren Williams et son collaborateur Yuji Kodama, de l'université d'État de l'Ohio, se sont servis de ces diagrammes pour étudier les solutions de l'équation dite « de Kadomtsev-Petviashvili » (KP) décrivant le comportement d'un certain type d'ondes. Ils ont découvert que les motifs ondulatoires qui découlent d'une des classes de solutions peuvent être classés à l'aide des triangulations d'un polygone (en jaune). « Si l'on modifie légèrement les paramètres des solutions, ces motifs ondulatoires peuvent dégénérer et former, par exemple, le motif blanc en étoile de mer représenté au centre », explique-t-elle. En bas à gauche, on voit ce que Yuji Kodama et Lauren Williams nomment un « diagramme-go », du nom du jeu de go joué avec des pierres noires et blanches, jeu qu'ils utilisent pour étudier certaines solutions de l'équation KP.



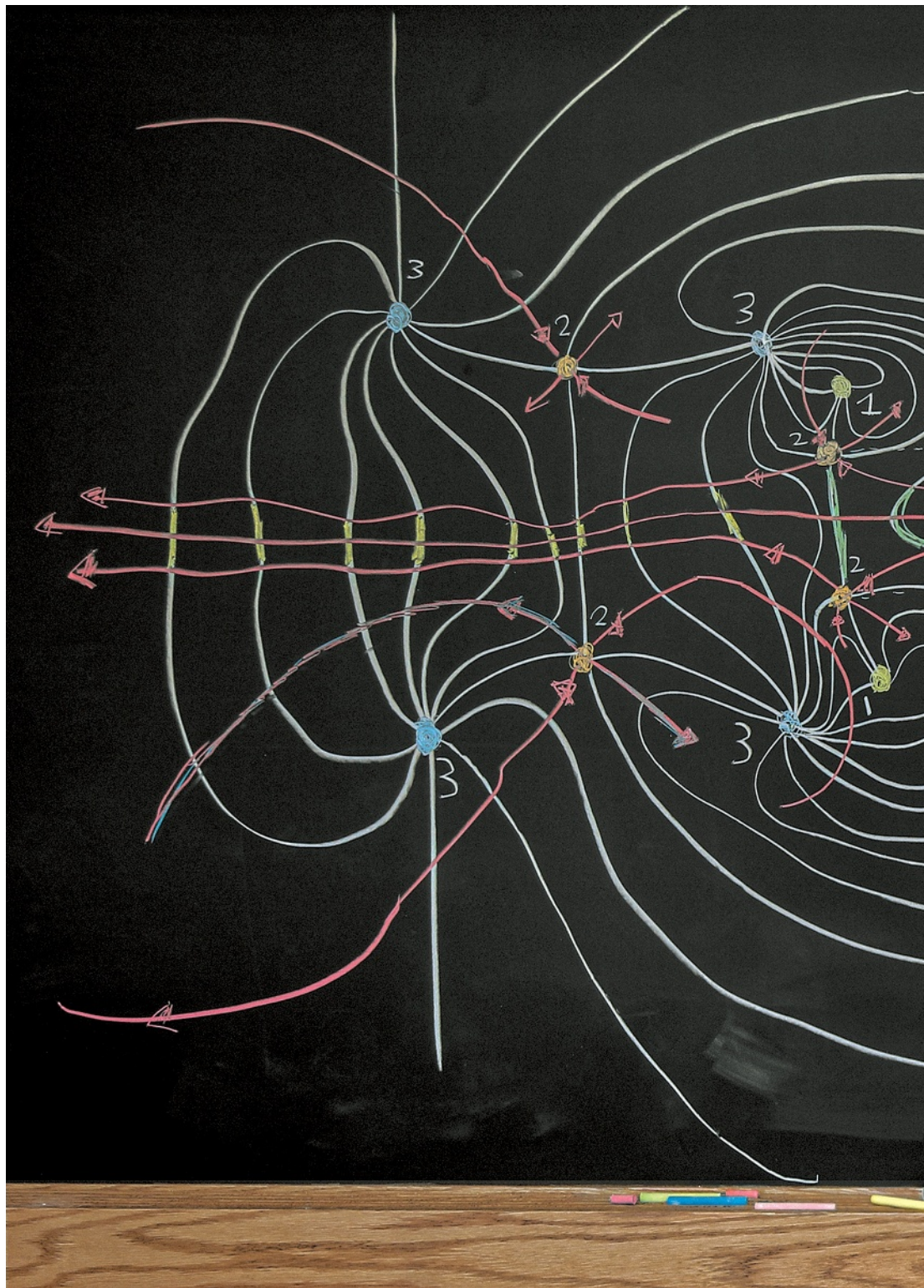


EN MARCHÉ

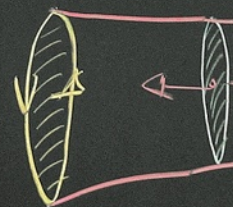
Dans ce « modèle à sommets », chaque ligne colorée représente le chemin qu'emprunte un piéton contraint à se déplacer sur un réseau carré (un quadrillage). Les chemins des marcheurs ne peuvent pas se chevaucher, de sorte que lorsque deux d'entre eux se rencontrent, ils doivent décider de la direction que chacun prendra. La décision peut être biaisée ; par exemple, les marcheurs de couleur froide peuvent être plus enclins à aller vers l'est que vers le nord par rapport aux marcheurs de couleur chaude. « Malgré la simplicité apparente du modèle, le comportement à grande échelle est complexe et étroitement lié à un certain nombre de phénomènes mathématiques et physiques », explique Alexei Borodin, mathématicien au MIT. Les modèles à sommets peuvent être étendus pour inclure beaucoup plus de marcheurs et beaucoup plus de couleurs. « La combinaison d'une simplicité trompeuse, d'une profondeur cachée et de l'efficacité des mathématiques dans l'analyse constitue pour moi l'attrait de ce système. » Alexei Borodin précise qu'il apprécie également « le facteur esthétique ».

DU CHAOS ORGANISÉ

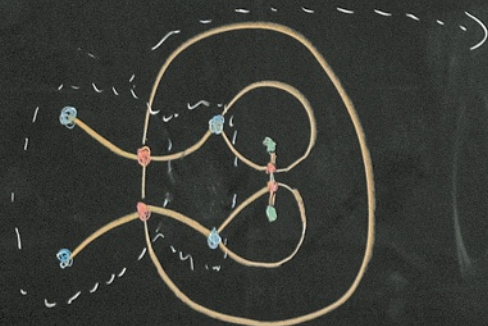
Il peut y avoir de l'ordre dans le chaos. Entre 1999 et 2003, Helmut Hofer, de l'Institute for Advanced Study de Princeton, et ses collègues ont développé un domaine nommé « dynamique symplectique », qui permet d'étudier cet ordre. Le tableau de Helmut Hofer représente des « feuilletages d'énergie finie » (*lignes blanches*) – des outils permettant de caractériser le chaos dans un système dynamique, par exemple un satellite se déplaçant entre la Terre et la Lune. Ce système complexe de surfaces est lié à l'évolution de la position et de la quantité de mouvement d'un satellite soumis à la gravité des deux corps planétaires. Helmut Hofer espère que « cette bien meilleure compréhension du chaos aura finalement des applications dans la conception des missions spatiales ». Par exemple, on a dans le passé utilisé les connaissances sur les systèmes chaotiques pour économiser le carburant lors des missions spatiales, mais au prix d'une plus longue durée de voyage. Helmut Hofer suggère que ces nouveaux travaux pourraient aider à économiser encore plus de carburant, sans allonger la durée d'une mission.



2-d trace of
finite energy
5 binding orbits



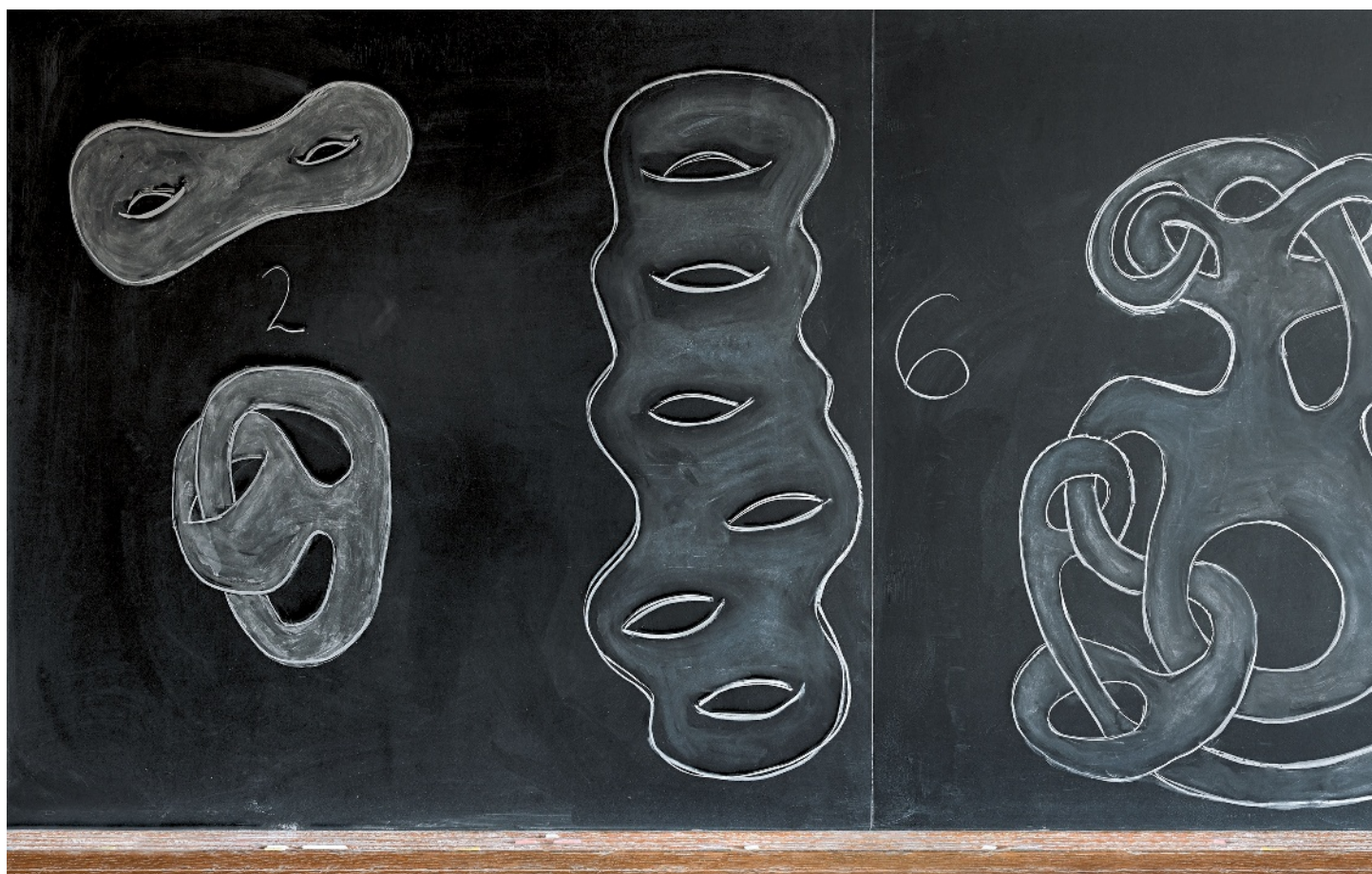
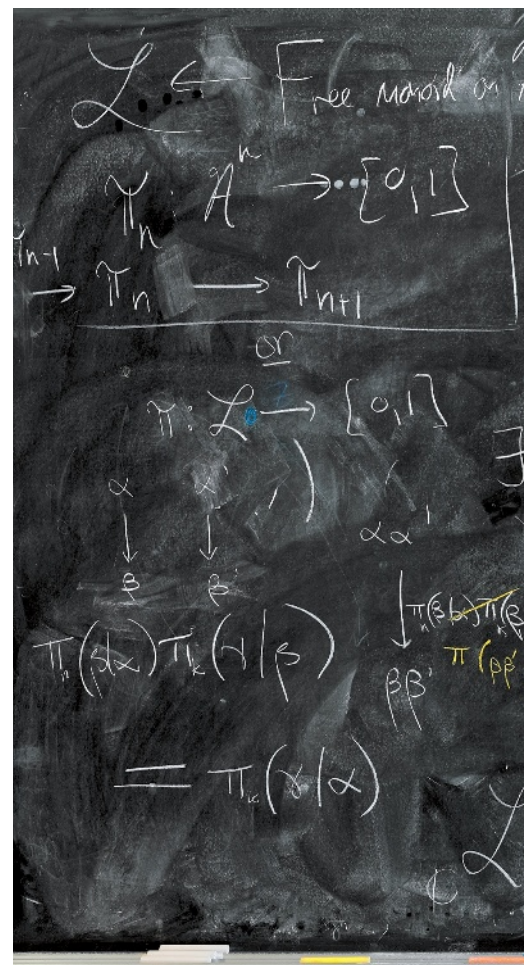
rigid part

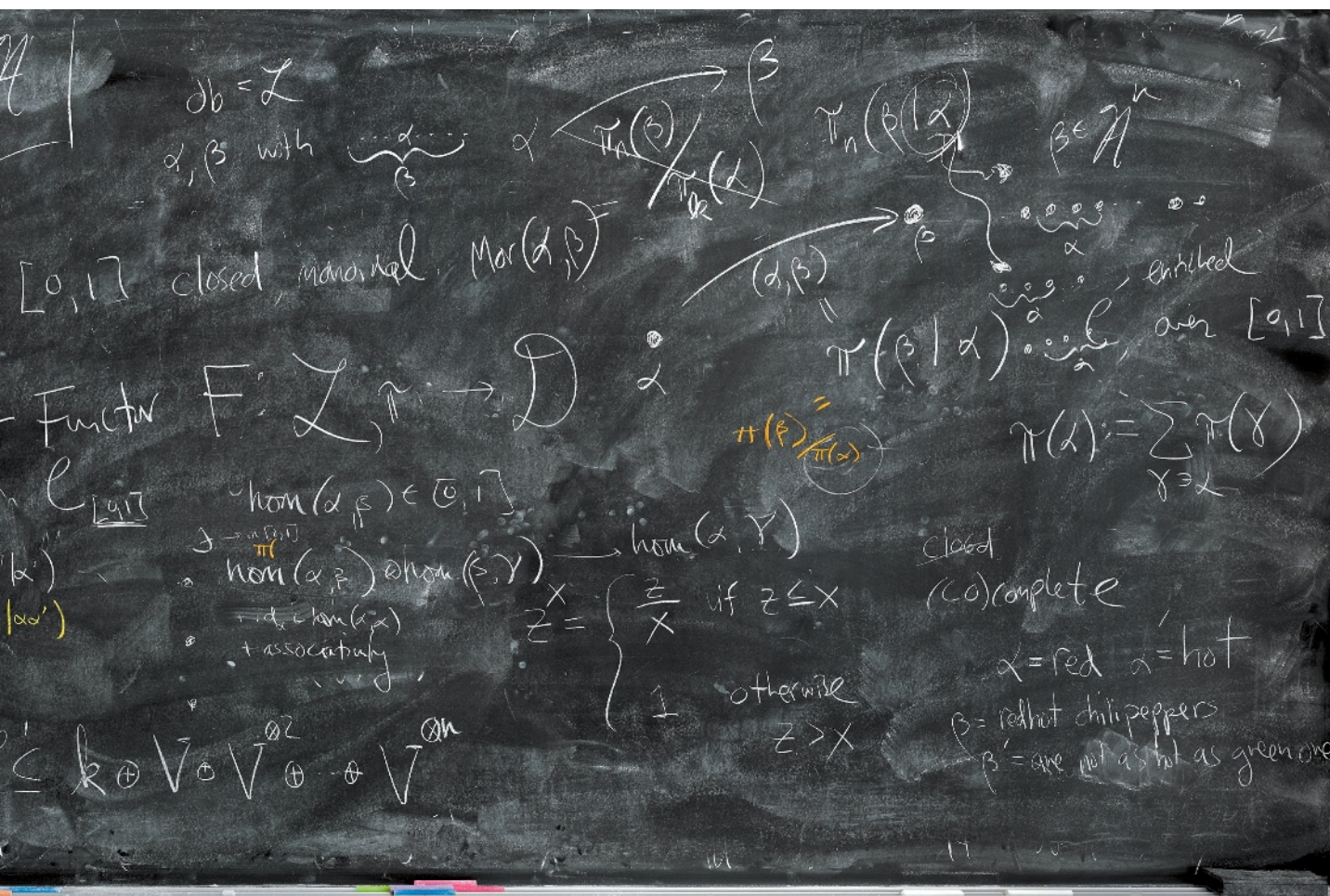


DO NOT ERASE

UNE COLLABORATION

Les tableaux noirs sont souvent les meilleurs outils pour les collaborations entre mathématiciens. Ce sont des endroits visuels et tactiles où les idées et les intuitions de deux personnes peuvent se rejoindre. John Terilla, du Queens College, à New York, et Tai-Danae Bradley, chez X – The Moonshot Factory (anciennement Google X), tentaient de comprendre la structure mathématique cachée à l'œuvre dans le langage naturel. « C'était la première fois que nous parlions de formaliser cette structure d'une façon particulière, raconte John Terilla. Tai et moi travaillions ensemble au tableau, sur lequel figurent nos deux écritures. Le grand "∃ Functor F" [il existe un foncteur F], par exemple, est de moi; le "hom(α, β) ∈ [0, 1]" en dessous est de Tai. » Cette recherche fait partie d'une quête générale de John Terilla, qui cherche « ce qui est à l'œuvre en coulisses pour comprendre ce qui se passe ». « Monter d'un cran en abstraction pour expliquer quelque chose, c'est un peu comme faire un détour pour grimper sur une colline et regarder autour de soi – c'est utile en recherche, car cela peut indiquer la direction à suivre lorsqu'on est en territoire inconnu. »





DES FORMES QUI SE CORRESPONDENT

Une tasse à café et un beignet « doughnut » ont la même forme du point de vue de la topologie, qui classe les surfaces en fonction du nombre de trous qu'elles comportent. Parce que la tasse et le beignet ont tous deux un seul trou et parce qu'on peut les courber et les étirer en obtenant la même forme sans faire de déchirures ou de perforations, ces objets sont topologiquement équivalents. De la même façon, les deux surfaces étiquetées « 2 » sont topologiquement équivalentes, tout comme les surfaces étiquetées « 6 ». « Ces objets sont très amusants », confie Nancy Hingston, mathématicienne au TCNJ (The College of New Jersey, aux États-Unis), qui étudie les trajectoires sur de telles formes dans le cadre de ses travaux de géométrie différentielle.

BIBLIOGRAPHIE

J. Wynne, **Do Not Erase. Mathematicians and Their Chalkboards**, Princeton University Press, 2021.