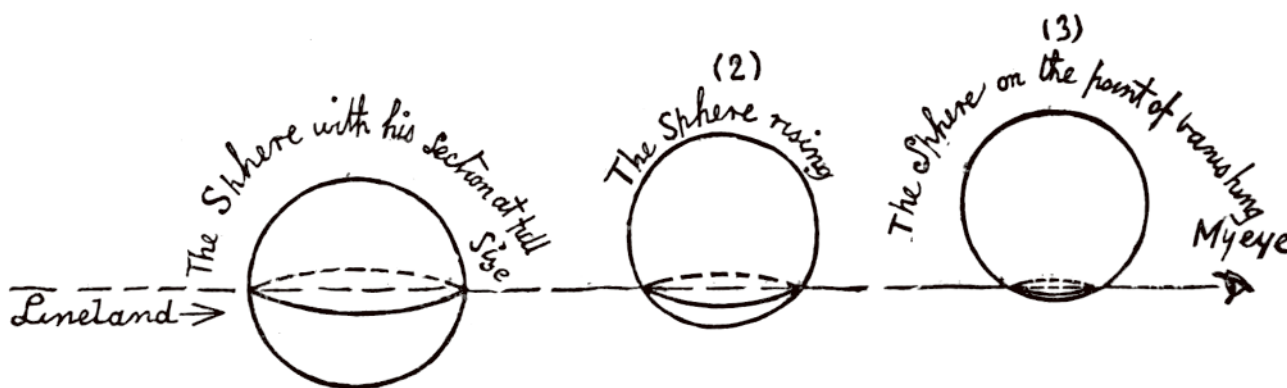




Dans cette illustration extraite de *Flatland* (1884), une sphère qui traverse le plan (le monde de Flatland) apparaît comme un cercle qui change progressivement de taille. De la même façon, si elle traverse un monde à une dimension (Lineland), elle apparaît comme un segment dont la longueur varie au cours du temps.

déroutante, dès le XIX^e siècle, la géométrie multidimensionnelle s'est développée, notamment sous l'impulsion du mathématicien allemand Bernhard Riemann, qui a publié en 1854 une thèse intitulée «Sur les hypothèses qui fondent la géométrie». Les espaces étudiés ont alors un nombre arbitraire de dimensions.

Le mathématicien et philosophe anglais Charles Howard Hinton a été l'un des premiers à vulgariser ces idées nouvelles dans *Qu'est-ce que la quatrième dimension ?* (1880). Il y expliquait notamment la construction d'un hypercube, qu'il a nommé «tesseract», en généralisant la construction du carré par translation d'un segment et celle d'un cube par translation d'un carré. Hinton a aussi forgé les mots *kata* et *ana* (du grec) pour désigner les deux directions opposées d'une quatrième dimension spatiale, analogues à haut-bas, droite-gauche et avant-arrière.

En suivant les mêmes idées, dans son livre *Flatland*, publié en 1884, le théologien anglais Edwin Abbott invitait ses lecteurs à découvrir le mode de vie du peuple de Flatland, pays dont la particularité est d'avoir seulement deux dimensions d'espace. Il y narrait les aventures d'un personnage, nommé Carré, au milieu de ses congénères géométriques plats – triangles, carrés, pentagones et autres hexagones. Vers la fin de l'histoire, Carré rencontre un être jamais vu jusqu'alors : un cercle parfait dont la taille varie ! Il s'agit en fait d'une créature, Sphère, vivant dans l'espace tridimensionnel contenant Flatland. En traversant le plan de ce plat pays, elle se manifeste comme un cercle aux sens de Carré (voir la figure ci-dessus). Sphère fait alors découvrir à Carré les mystères de la troisième dimension et la véritable nature de son univers. Le voyage mental de Carré dans les dimensions supérieures est une sorte de métaphore décrivant l'expérience mystique vécue par l'accès à une réalité supérieure.

À la fin du XIX^e siècle, l'astrophysicien allemand Johann Karl Friedrich Zöllner a repris cette même idée pour expliquer le phénomène des fantômes : il s'agirait de l'intersection temporaire d'un hypothétique être à quatre dimensions spatiales avec notre espace qui n'en a que trois. L'être apparaîtrait à nos sens quand son corps traverse notre univers, puis disparaît ensuite. Connu pour ses travaux sur l'effet Doppler et inventeur d'une illusion visuelle où des lignes semblent non parallèles alors qu'elles le sont bel et bien, Zöllner s'était aussi appliqué à trouver une interprétation scientifique au spiritisme. Il a proposé que la physique d'un espace à quatre dimensions expliquerait certains phénomènes paranormaux et il a tenté de prouver, sans convaincre ses collègues scientifiques, que les esprits sont des êtres à quatre dimensions.

Dans un essai intitulé *The Fourth Dimension: Toward A Geometry of Higher Reality* (1984), le mathématicien américain Rudy Rucker a décrit de façon humoristique quelques prouesses dont seraient capables des êtres quadridimensionnels agissant dans notre monde : s'évader d'une prison ou voler l'intérieur d'un coffre sans en ouvrir la porte. D'ailleurs, dans les œuvres fantastiques, les dimensions supplémentaires sont souvent peuplées de terribles monstres capables de pénétrer et de hanter notre monde, comme dans les œuvres de Howard P. Lovecraft, ou à l'exemple du démogorgon de la série *Stranger Things* (Matt et Ross Duffer, 2016).

LE MONDE DE FLATLAND EST-IL POSSIBLE ?

Dans son roman, Abbott n'a donné aucune précision sur la physique de Flatland ni sur les techniques utilisées par ses habitants. Mais le défi a été relevé par Alexander Dewdney. À la fin des années 1970, cet informaticien canadien a publié plusieurs articles dans lesquels il a posé les bases du planivers, un monde

bidimensionnel plausible décrit en détail dans un ouvrage, *The Planiverse* (1984), qui met en scène toutes ses idées.

Le planivers de Dewdney est un véritable tour de force. Le chercheur y dépeint un monde complet avec ses propres lois de la physique, de la chimie (dont une classification périodique de 16 éléments) et de la biologie, le tout apparemment sans contradictions. On y trouve aussi les plans et le principe de fonctionnement d'incroyables machines bidimensionnelles allant de la serrure à la machine à vapeur. Dewdney y répondait aussi au cosmologiste britannique Gerald Whitrow, qui avançait un argument empêchant le développement d'une intelligence dans un espace bidimensionnel : à cause d'un problème topologique *a priori* insurmontable, deux neurones ne peuvent se croiser.

Whitrow écrivait qu'«à trois dimensions ou plus, n'importe quel nombre de cellules nerveuses peuvent être reliées par paires sans que leurs connexions se croisent, tandis qu'à deux dimensions cela n'est possible que pour quatre cellules au maximum». Dewdney a réfuté cette hypothèse en proposant un dispositif bidimensionnel d'intersection d'impulsions nerveuses sans interférences. Il a montré qu'un cerveau bidimensionnel aurait une complexité comparable à celle d'un cerveau à trois dimensions, mais que son rythme de fonctionnement serait plus lent à cause des nombreuses interruptions subies par les impulsions nerveuses. Cette possibilité théorique a été mise en pratique avec les automates cellulaires à deux dimensions, comme le jeu de la vie du mathématicien britannique John Conway, disparu en 2020, dont on a démontré qu'il pouvait simuler une machine de Turing universelle (c'est-à-dire capable de réaliser n'importe quel calcul).

Dans toutes les disciplines scientifiques, les chercheurs sont confrontés à des systèmes intéressants en deux dimensions. Pour utiliser les microscopes, les biologistes font des coupes bidimensionnelles, dont la superposition permet de reconstituer l'organe étudié en trois dimensions. En physique et en chimie, une question se pose : la nature se comporte-t-elle différemment dans le monde à deux dimensions ? La théorie de l'adsorption sur une surface, par l'Américain Irving Langmuir, en 1918, ou la solution du modèle d'Ising à deux dimensions, par l'Américain d'origine norvégienne Lars Onsager, en 1944, en sont deux exemples.

En 1980, le physicien allemand Klaus von Klitzing a découvert l'effet Hall quantique, dans lequel la conductivité transverse d'un matériau à basse température et soumis à un fort champ magnétique extérieur prend des valeurs quantifiées. La description de ce phénomène oblige à considérer un système d'électrons à deux dimensions. À la même époque, les spécialistes ont commencé à utiliser des

films de cristaux liquides épais de seulement quelques molécules pour étudier le comportement de matériaux bidimensionnels. Plus récemment, en 2004, les physiciens d'origine russe Andre Geim et Konstantin Novoselov, Prix Nobel de physique en 2010, ont réussi à

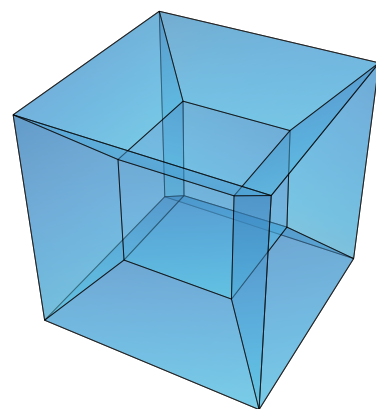
Les propriétés du graphène sont toutes liées à sa bidimensionnalité

extraire, à partir du graphite, du graphène, un matériau cristallin bidimensionnel théorisé dès 1947. Les propriétés mécanique, thermique et électronique de ce matériau sont toutes liées à sa bidimensionnalité.

DES ARGUMENTS POUR JUSTIFIER LE NOMBRE TROIS

La première discussion concernant le nombre de dimensions de l'espace remonte aux Pythagoriciens, dont Aristote a repris les considérations dans son *Traité du Ciel* en professant que «le monde et tout ce qu'il contient est déterminé par le nombre trois, puisque la fin, le milieu et le commencement forment le nombre de ce qui est un tout, et que le nombre donné est la triade». Dans son *Dialogue sur les deux grands systèmes du Monde*, publié en 1632, Galilée a apporté un argument géométrique affirmant qu'il n'y a pas plus de trois dimensions car par un point ne peuvent concourir plus de trois droites perpendiculaires deux à deux.

Dans un de ses premiers écrits, Emmanuel Kant tenta vainement de démontrer que la tridimensionnalité de l'espace était une conséquence de la loi de gravitation universelle d'Isaac Newton qui stipule que les corps s'attirent en raison inverse du carré de leur distance. Cette remarque est d'importance car, pour la première fois, le problème de la dimensionnalité de l'espace est envisagé non pas du point de vue métaphysique ou géométrique, mais par une considération physique interprétant la relation liant la force entre deux corps à la distance r qui les sépare. La proposition de Kant peut être aisément démontrée, et même généralisée, grâce au théorème de Gauss : dans un espace à n dimensions, la force de gravitation varie comme $1/r^{n-1}$. Ainsi, la loi de



Ce cube de dimension quatre, ou hypercube, est obtenu en généralisant une opération simple. Quand on duplique un segment par translation et qu'on relie les segments par des arêtes, on forme un carré. De même, dédoubler un carré permet de former un cube. La transformation opérée sur ce dernier donne un hypercube. Celui-ci présente deux fois plus de sommets qu'un cube de dimension trois, et chaque sommet est connecté à quatre autres (trois pour le cube de dimension trois).