

gravitation de Newton est une conséquence directe des trois dimensions de notre espace ; dans un espace à quatre dimensions, l'attraction gravitationnelle serait proportionnelle au cube de la distance.

Dans un article publié en 1917, le physicien autrichien Paul Ehrenfest s'est intéressé au mouvement gravitationnel des astres dans un espace à n dimensions. Il a montré que le problème ne possède des solutions stables et bornées qu'à deux ou trois dimensions. Et si l'on impose à l'énergie d'interaction des deux corps

de tendre vers zéro quand leur distance tend vers l'infini (ce qui est raisonnable, car deux corps infiniment distants interagissent infiniment peu), il ne reste plus que le cas tridimensionnel. Ainsi, c'est dans ce cas, et dans ce cas seulement, que les planètes peuvent avoir des orbites stables durant plusieurs centaines de millions d'années, une condition *a priori* nécessaire à l'apparition de la vie.

La dimensionnalité de l'espace a aussi des conséquences sur le monde des atomes. Nous constatons quotidiennement que la matière est

UN MONDE À DIX DIMENSIONS !

Un des plus grands défis des physiciens est de réussir à unifier la relativité générale et la mécanique quantique, deux théories réputées incompatibles. Albert Einstein a développé la première en 1915. Elle décrit comment l'énergie et la matière déforment la toile de l'espace-temps à quatre dimensions (une de temps et trois d'espace) et, à l'inverse, elle indique comment la courbure de l'espace-temps détermine la trajectoire de la matière qui s'y déplace en « chute libre ». En d'autres termes, la force gravitationnelle résulte de la courbure de l'espace-temps. À peu près à la même époque, de nombreux physiciens ont découvert les lois qui régissent le monde microscopique. La mécanique quantique et ses développements ultérieurs décrivent les particules fondamentales et leurs interactions.

Certaines situations, tels les premiers instants du Big Bang ou les régions proches de la singularité d'un trou noir, nécessitent une formulation quantique de la gravitation, car les effets quantiques y sont *a priori* importants. Mais les tentatives de quantification directe de la relativité générale, suivant une procédure utilisée avec succès pour l'interaction électromagnétique, ont échoué. Les calculs dans ce cadre conduisent à des grandeurs infinies, non physiques, signes d'une défaillance de cette approche.

À partir de la fin des années 1960, des chercheurs ont découvert par hasard une piste prometteuse pour concilier ces deux théories. En remplaçant des particules ponctuelles par des petites cordes vibrantes, il était possible d'éliminer les infinis précédemment rencontrés. Le formalisme mathématique de cette théorie est très complexe et repose sur de nombreuses notions comme des symétries dites « conformes », où les transformations conservent les angles mais pas les distances. Les physiciens ont rapidement compris que pour avoir une théorie des cordes cohérente et préservant ces symétries, il fallait

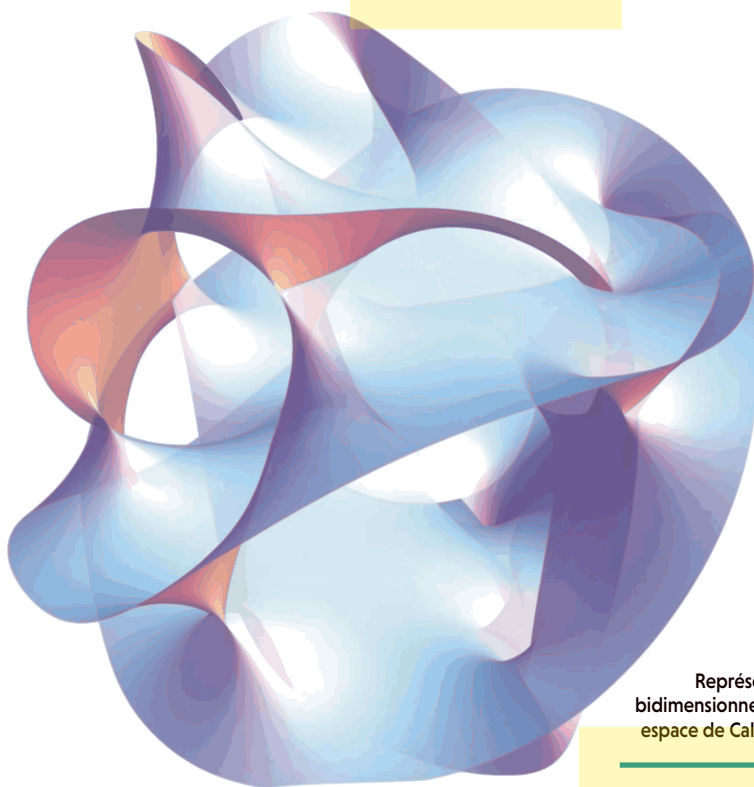
supposer que l'espace-temps contienne vingt-six dimensions !

Cette première version de la théorie des cordes était limitée, car elle ne permettait pas de décrire les particules présentant un spin demi-entier, tel l'électron. En 1971, Pierre Ramond, de l'université de Floride, puis André Neveu, alors au Laboratoire de physique théorique, à Orsay, et John Schwarz, de l'université de Princeton, ont modifié la théorie pour y introduire une nouvelle symétrie, la « supersymétrie », qui relie les particules de spin entier et celles de spin demi-entier. C'est la théorie des supercordes. La contrainte de cohérence imposait dans ce cas d'avoir un espace-temps à dix dimensions.

Comment passer d'une théorie à dix dimensions à une théorie à quatre dimensions (trois d'espace et une de temps) ? Que faire des six autres

dimensions, où sont-elles ? La réponse consiste à les compacter. En chaque point de l'espace, les six dimensions supplémentaires sont enroulées sur elles-mêmes. Comme elles ne sont pas étendues, nous ne pouvons les percevoir directement. Ces six dimensions forment un objet mathématique nommé « espace de Calabi-Yau ». Chacun de ces espaces de Calabi-Yau conduit à un modèle d'univers avec ses propres propriétés. L'estimation du nombre de configurations possibles la plus souvent avancée est 10^{500} , mais cela pourrait être beaucoup plus. Comment alors savoir quelle est la configuration qui correspond à l'univers réel ? Pour l'instant, les physiciens n'ont pas la réponse.

SEAN BAILLY
journaliste à *Pour la Science*



Représentation
bidimensionnelle d'un
espace de Calabi-Yau.

stable. Cela signifie physiquement que le niveau fondamental d'un atome a une énergie finie : l'électron ne tombe pas sur le noyau ni ne s'échappe spontanément à l'infini.

Cette constatation permet de présenter un deuxième argument, de nature heuristique au regard des théories atomiques modernes, justifiant les trois dimensions de l'espace. En effet, en appliquant la théorie atomique de Bohr au cas d'un atome d'hydrogène évoluant dans un espace à plus de cinq dimensions, on démontre que le rayon de l'orbite électronique décroît quand son énergie augmente. En pratique, cela signifie que l'électron tombe sur le noyau ! Dans un espace à quatre dimensions, la situation devient ambiguë car il n'existe plus d'échelle caractéristique de longueur dans le système, comme l'est le rayon de Bohr pour un atome d'hydrogène habituel. Cet argument peut être rendu plus rigoureux et permet d'affirmer que les atomes stables, et donc la chimie et les chimistes eux-mêmes, ne peuvent exister que si l'espace a au maximum trois dimensions.

Enfin, le domaine des ondes électromagnétiques fournit aussi un argument. Dans un espace à une ou deux dimensions, on montre que le signal peut se propager à n'importe quelle vitesse inférieure à celle de la lumière. En revanche, dans un espace tridimensionnel, les ondes électromagnétiques n'ont d'autres choix que de se déplacer à la vitesse de la lumière. En pratique, cela signifie qu'à deux dimensions des signaux émis à des instants différents peuvent être reçus simultanément, ce qui cause une réverbération. Et cet effet se généralise aux espaces de dimensions paires. Dans les espaces de dimensions impaires, seule la dimension trois permet une propagation sans distorsion à grande distance. En résumé, la propagation d'une onde électromagnétique dans un espace à trois dimensions se fait sans réverbération et sans distorsion, ce qui permet de transmettre un signal bien défini à grande distance.

Malgré les arguments précédents, l'espace pourrait compter plus de trois dimensions ! En 1999, les physiciens américains Lisa Randall and Raman Sundrum ont proposé un modèle selon lequel notre Univers n'est qu'un sous-ensemble d'une structure ayant plus de dimensions. Leur motivation était d'expliquer la faiblesse de la gravitation vis-à-vis des autres interactions : à l'échelle microscopique, l'attraction gravitationnelle entre le proton et l'électron d'un atome d'hydrogène est 10^{39} fois plus faible que la force électrique qui les lie.

Imaginons alors que notre univers tridimensionnel soit plongé dans un espace comportant une dimension spatiale supplémentaire et que toutes les interactions, sauf la gravitation, restent confinées dans les trois dimensions qui



La stabilité de l'atome élimine certaines possibilités

nous sont familières. Pouvant s'exprimer dans toutes les dimensions, la gravité semble être, pour nous, observateurs tridimensionnels, victime de « fuites » qui se traduisent par son apparente faiblesse quand nous l'expérimentons dans les trois dimensions ordinaires. En théorie des cordes, ce n'est pas une quatrième dimension étendue, mais six dimensions supplémentaires compactées qui sont invoquées (voir l'encadré page 70) !

BIENVENUE DANS L'HYPERCUBE

L'hypothèse de dimensions spatiales supplémentaires joue un rôle important dans le film *Interstellar* (Christopher Nolan, 2014). Vers la fin du film, Cooper, l'un des astronautes, pénètre dans le trou noir Gargantua, qui est au cœur de l'intrigue. Il se retrouve alors dans un espace-temps étrange à cinq dimensions spatiales, nommé « tesseract », d'où il peut voir la chambre de sa fille Murph démultipliée à l'infini mais avec des temporalités différentes (voir la photo pages 66-67). Il est alors capable de communiquer avec elle à travers le temps au moyen de signaux gravitationnels, lui fournissant les données dont elle a besoin pour résoudre l'équation qui sauvera l'humanité.

Par ses propriétés fascinantes, le tesseract apparaît dans bien d'autres œuvres. Ainsi, dans le film *Cube²: Hypercube* (2002), huit personnages sont piégés dans un tesseract qui est constitué d'un réseau de cubes connectés dont certains altèrent le déroulement du temps. Dès 1941 et sa nouvelle *La Maison biscornue*, Robert Heinlein décrivait une maison construite selon le patron tridimensionnel d'un tesseract. C'est ce même patron que Salvador Dalí utilisa pour sa peinture de 1954 « Crucifixion (Corpus Hypercubus) » suggérant que, tout comme le tesseract existe dans un espace quadridimensionnel inaccessible à l'esprit humain, Dieu pourrait résider dans une dimension qui nous est incompréhensible. À l'instar des pauvres hères, enfermés dans la caverne de Platon, ne serions-nous que des êtres confinés dans trois dimensions, totalement ignorants des dimensions supplémentaires qui nous englobent ? ■

BIBLIOGRAPHIE

A. K. Dewdney, **The planiverse**, Springer, 1984 (nouvelle édition 2001).

M. Tegmark, **On the dimensionality of spacetime**, *Classical and Quantum Gravity*, vol. 14, n° 4, pp. L69-L75, 1997.

J. D. Barrow, **Dimensionality**, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London, Series A*, vol. 310, p. 337-346, 1983.

P. Ehrenfest, **In what way does it become manifest in the fundamental laws of physics that space has three dimensions ?**, *Proceedings of the Royal Academy of Amsterdam*, vol. 20, p. 200-209, 1918.