

statistique à l'équilibre, mais retourne périodiquement vers la situation de départ (voir la figure page 79). Ce résultat tout à fait remarquable, connu sous le nom de paradoxe de Fermi-Pasta-Ulam, montre que la non-linéarité ne suffit pas à garantir l'équipartition de l'énergie.

Dans les années 1960, à la recherche de la solution du paradoxe de Fermi-Pasta-Ulam, les physiciens américains Norman Zabusky et Martin Kruskal ont examiné le problème dans l'espace réel plutôt que dans l'espace des modes de vibration (l'espace de Fourier). Cela leur a permis de reproduire et d'expliquer le comportement périodique grâce à la dynamique d'excitations non linéaires et localisées spatialement, que l'on connaît de nos jours sous le nom de «solitons».

Ces ondes localisées, ou solitaires, auxquelles on peut associer des propriétés de particules (d'où le suffixe «-on», que les deux physiciens ont justement proposé dans leur article) ont de nombreuses applications physiques et constituent aujourd'hui un champ d'étude à part entière. Il couvre non seulement les tsunamis (un mot d'origine japonaise dont la signification, «vague dans le port», traduit très bien son aptitude à détruire) mais aussi la capacité de transmettre de l'information à très haut débit dans des fibres optiques, en passant par de nombreuses autres applications physiques.

Une autre ligne de recherche issue du paradoxe de Fermi-Pasta-Ulam, développée parallèlement aux travaux sur les solitons, s'est plus particulièrement focalisée sur la dynamique du mode de vibration de départ. En particulier,

This report is intended to be the first one of a series dealing with the behavior of certain nonlinear physical systems where the non-linearity is introduced as a perturbation to a primarily linear problem. The behavior of the systems is to be studied for times which are long compared to the characteristic periods of the corresponding linear problems.

The problems in question do not seem to admit of analytic solutions in closed form, and heuristic work was performed numerically on a fast electronic computing machine (MANIAC I at Los Alamos).* The ergodic behavior of such systems was studied with the primary aim of establishing, experimentally, the rate of approach to the equipartition of energy among the various degrees of freedom of the system. Several problems will be considered in order of increasing complexity. This paper is devoted to the first one only.

We imagine a one-dimensional continuum with the ends kept fixed and with forces acting on the elements of this string. In addition to the usual linear term expressing the dependence of the force on the displacement of the element, this force contains higher order terms. For

* We thank Miss Mary Tsingou for efficient coding of the problems and for running the computations on the Los Alamos MANIAC machine.

630 003

-3-

L'algorithme mis au point par Mary Tsingou pour coder la première expérience numérique et retrouvé dans sa cave (à droite). Dans le rapport de cette expérience publié en 1955, cependant, Mary Tsingou n'apparaît que dans une note de remerciement (ci-dessus).

LES PHÉNOMÈNES HORS ÉQUILIBRE, AU CŒUR DE NOTRE MONDE

L'expérience numérique de Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou peut être considérée comme l'un des points de départ d'un engouement très fort pour la physique hors équilibre, discipline toujours féconde aujourd'hui. La physique statistique s'est logiquement d'abord intéressée à l'équilibre, qui permet déjà d'expliquer de nombreux phénomènes ; mais le fait même que l'équilibre puisse être atteint n'est pas si évident, même pour des systèmes simples comme l'a montré l'expérience numérique de Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou. Il n'est pas étonnant qu'Enrico Fermi se soit posé cette question puisque, à l'âge de 17 ans, il avait lu puis prolongé certains travaux du mathématicien Henri Poincaré, avant de développer à 25 ans la statistique à l'équilibre pour les particules quantiques connues maintenant sous le nom de « fermions ».

Aujourd'hui encore, cette problématique de la relaxation vers l'équilibre est au cœur de la physique. Il est désormais bien établi que les

systèmes physiques avec des interactions à longue portée peuvent avoir des temps de relaxation gigantesques, voire ne pas relaxer vers l'équilibre sur des temps physiquement pertinents. Les systèmes gravitationnels, les fluides géophysiques, les lasers en interaction avec des particules appartiennent à cette catégorie. Cela permet de comprendre pourquoi, alors que les forces gravitationnelles et électromagnétiques sont centrales dans les cours de licence ou de classes préparatoires, elles ne sont pas traitées dans la majorité des cours et livres de mécanique statistique.

Les verres forment une deuxième catégorie de systèmes présentant des relaxations vers l'équilibre très lentes. Leur paysage énergétique est extrêmement ramifié et complexe, et explique vraisemblablement leur rigidité. Leurs descriptions dans le cadre de la physique statistique peuvent être aussi considérées comme des modèles pour l'étude des protéines où les questions

aussi fondamentales que le désordre, la réponse non linéaire et la relaxation vers l'équilibre sont cruciales.

Plus récemment, c'est le monde quantique qui se passionne pour des études tant théoriques qu'expérimentales de cette relaxation vers l'équilibre. De belles expériences consistant à exciter des modes dans des condensats de Bose-Einstein sont même très proches, dans l'esprit, de l'expérience de Fermi-Pasta-Ulam-Tsingou. Étudier tous ces systèmes avec les outils de la physique non linéaire ouvre de nouveaux points de vue très fructueux.

N. Navon et al., **Emergence of a turbulent cascade in a quantum gas**, *Nature*, vol. 539, pp. 72-75, 2016.

A. Campa et al., **Physics of Long-Range Interacting Systems**, Oxford University Press, 2014.

A. P. Young (éd.), **Spin glasses and random fields**, World Scientific, 1998.