

Quand vous appuyez sur «envoyer» après avoir rédigé un texto, il est facile de s'imaginer que le message va aller directement de votre téléphone à celui de votre ami(e). En réalité, il parcourt généralement un long trajet à travers le réseau cellulaire ou internet, qui sont des infrastructures susceptibles d'être endommagées par des catastrophes naturelles ou contrôlées par des États répressifs. Craignant la surveillance ou l'interférence de l'État chinois, les manifestants technophiles de Hong Kong avaient ainsi préféré éviter internet et utiliser des logiciels tels que FireChat et Bridgefy pour s'envoyer des messages directement par sauts de puce entre téléphones voisins.

Ces applications permettaient de faire passer discrètement un message de proche en proche jusqu'au téléphone du destinataire, qui était le seul à pouvoir visualiser le message. Un

tel ensemble de téléphones liés, appelé «réseau maillé» ou «réseau spécial mobile» (RSM), permet un mode de communication flexible et décentralisé. Cependant, pour que deux téléphones donnés communiquent, ils doivent être liés par une chaîne d'autres téléphones. Combien de personnes dispersées dans Hong Kong doivent être connectées par le même réseau maillé pour avoir l'assurance que la communication à travers la ville est possible?

UN CHANGEMENT ABRUPT

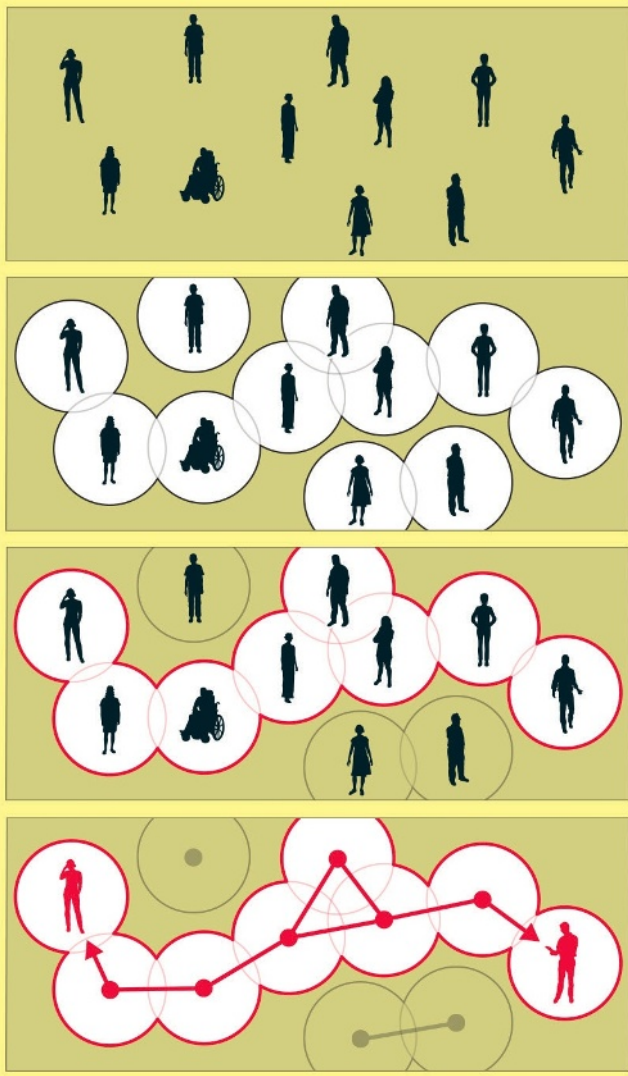
Une branche des mathématiques, la «théorie de la percolation», offre une réponse étonnante: quelques personnes peuvent faire toute la différence. À mesure que des utilisateurs rejoignent le réseau, des poches isolées de téléphones connectés apparaissent peu à peu. Mais une communication complète d'est en ouest ou du nord au sud apparaît tout à coup quand la densité d'utilisateurs dépasse un seuil bien précis. Ce changement rapide de la connectivité d'un réseau correspond à ce que les physiciens appellent une «transition de phase», le même concept que celui utilisé pour décrire des changements abrupts de l'état d'un matériau, comme la fusion de la glace ou l'ébullition de l'eau.

La théorie de la percolation examine les conséquences de la création ou de la suppression aléatoires de liens dans ces réseaux, que les mathématiciens conçoivent comme un ensemble de nœuds (représentés par des points) reliés par des «arêtes» (des traits). Chaque nœud représente un objet tel qu'un téléphone ou une personne, et les arêtes représentent une relation donnée entre deux de ces éléments. L'idée fondamentale de la théorie de la percolation, qui date des années 1950, est que quand le nombre de liens d'un réseau augmente progressivement, un amas global de nœuds connectés va émerger subitement.

À quel moment cette transition a-t-elle lieu? Telle est la question avec laquelle les scientifiques sont aux prises. Quel est l'équivalent, pour un réseau donné, du 0 °C qui voit fondre la glace, ou des 100 °C pour lesquels l'eau bout? À quel point un mème devient-il viral, un produit domine-t-il le marché, un séisme survient-il, un réseau de téléphones portables atteint-il une totale connectivité ou une maladie devient-elle une pandémie? La théorie de la percolation permet de mieux comprendre toutes ces transitions.

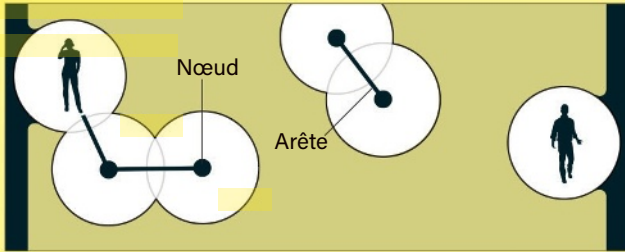
Les mathématiciens étudient généralement des réseaux idéalisés, géométriquement symétriques et d'extension infinie, parce qu'ils se prêtent mieux aux calculs théoriques. Les réseaux infinis sont généralement les seuls présentant des transitions de phase véritablement abruptes. Les réseaux réels ont une étendue limitée, sont souvent désordonnés et exigent

Communication dans un réseau maillé

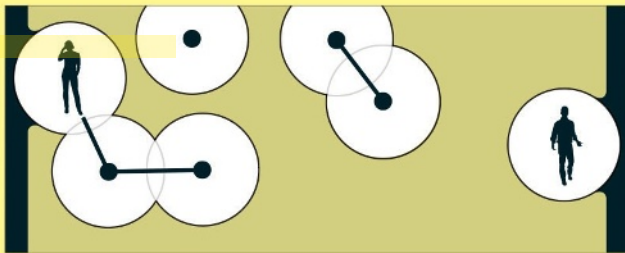


Transition de phase

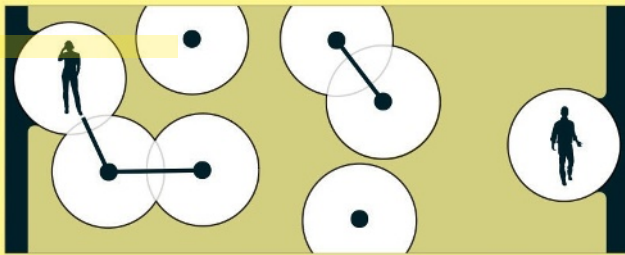
Nombre de nœuds = 6



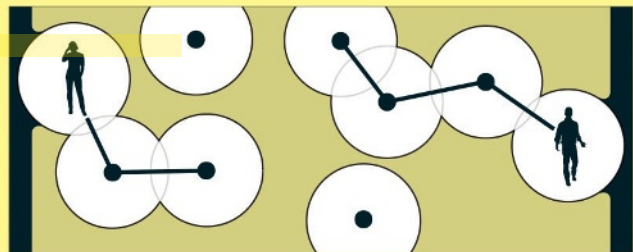
Nombre de nœuds = 7



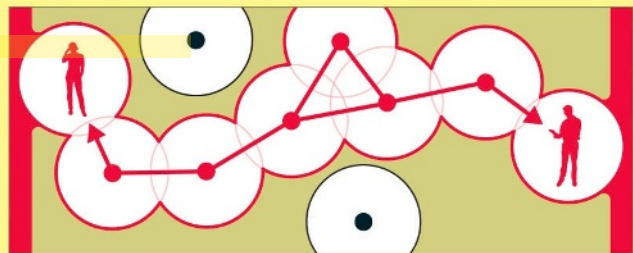
Nombre de nœuds = 8



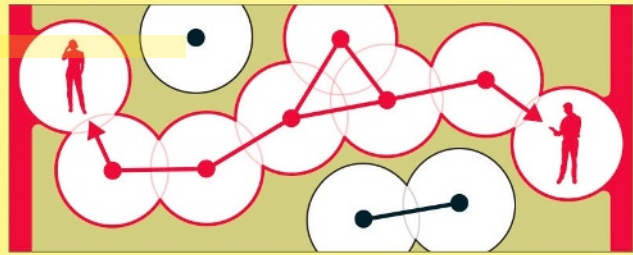
Nombre de nœuds = 9



Nombre de nœuds = 10



Nombre de nœuds = 11



des calculs complexes, mais eux aussi présentent des transitions, quoique plus douces. Tandis que le monde devient de plus en plus connecté par des couches complexes de liaisons qui transportent les gens, leur apportent de l'énergie au moyen de réseaux électriques, leur permettent de communiquer au sein de réseaux sociaux en ligne, leur transmettent parfois des virus, la théorie de la percolation ne cesse de gagner en pertinence.

Quand le nombre de nœuds dépasse un certain seuil, ici 10, il y a percolation (en rouge).

ET LA CONNEXION DEVIENT GLOBALE

En 1957, les ingénieurs britanniques Simon Broadbent et John Hammersley ont initialement formulé la théorie de la percolation comme un problème purement mathématique. Ils ont transposé au niveau abstrait l'étude de la percolation en physicochimie, phénomène qui désigne l'écoulement d'un fluide à travers un milieu solide perméable, comme de l'huile ou du pétrole s'infiltrant à travers de la roche poreuse, ou comme l'eau traversant le café moulu dans une cafetière. Dans le réseau de percolation d'une couche rocheuse, les nœuds correspondent aux petits pores dans la structure, et les arêtes correspondent aux canaux ou fissures qui permettent au fluide de s'écouler entre les trous. Sans surprise, l'huile ou le pétrole s'écoulent plus loin quand la roche est davantage fracturée.

Broadbent et Hammersley ont prédit que dans une roche idéalisée, le fluide gagne de petites régions seulement, mais s'infiltre dans la quasi-totalité de la roche dès que la densité de fissures dépasse un certain seuil.

Les géologues utilisent une version de la théorie de la percolation pour étudier la taille des amas de nœuds connectés dans des roches fracturées, ce qui est important pour l'extraction du pétrole par fracturation hydraulique, ou pour prévoir la survenue de séismes. Afin de modéliser les tremblements de terre, les sismologues considèrent des réseaux de percolation qui reproduisent l'échelle et la densité des fissures observées, et simulent les contraintes mécaniques en ajustant la probabilité que les fissures se connectent. À mesure que les contraintes et les liaisons augmentent, les amas grossissent jusqu'à ce que, brusquement et de façon imprévisible, un séisme frappe. Des versions modifiées des processus de percolation permettent aux fissures de se réparer et de se refracturer afin de simuler les secousses secondaires ou des changements à long terme.

La théorie de la percolation éclaire également des processus physiques et chimiques à beaucoup plus petite échelle, comme la polymérisation, c'est-à-dire le processus par lequel de petites molécules simples, les «monomères», se lient chimiquement pour former des molécules