

sont de degré 4. Mais dans un réseau épidémique, le degré varie énormément, car certains individus ont de nombreux contacts et peuvent potentiellement contaminer de nombreuses autres personnes, tandis que d'autres individus sont pratiquement isolés.

TESTER L'INFLUENCE DES DEGRÉS

La distribution des degrés est spécifiée par la probabilité pour chaque nœud d'avoir tel ou tel degré. Dans les réseaux de contacts épidémiques, cela se traduit par la probabilité que quelqu'un contamine (ou soit potentiellement infecté par) un certain nombre d'autres personnes. Pour comprendre comment cet aspect joue sur le seuil de percolation, les épidémiologistes modélisateurs comme Lauren Meyers génèrent des milliers de réseaux échantillons qui sont, pour l'essentiel, aléatoires, hormis une caractéristique: ils ont tous la même distribution des degrés. Cette approche est une façon d'isoler la distribution des degrés afin de percevoir son rôle dans la structure du réseau. Si les propriétés des réseaux générés correspondent à celles des réseaux réels, alors la distribution des degrés ou toute autre caractéristique qui est intégrée au modèle sont probablement pertinentes pour la propagation de la maladie, explique Lauren Meyers. Si la correspondance est parfaite, «alors vos résultats mathématiques auraient exactement la même allure que vos simulations».

Les recherches montrent que le seuil de percolation pour un réseau chute si le réseau a une distribution des degrés plus étalée, ce qui signifie une plus large fourchette des degrés des différents nœuds. Ainsi, une maladie se propagera plus facilement dans un réseau comportant des individus très connectés et des personnes isolées que dans un réseau où tout le monde a à peu près le même nombre de contacts. Joel Miller, mathématicien épidémiologiste à l'université La Trobe, à Melbourne, en Australie, explique cette observation de façon heuristique: «Si j'ai dix fois plus de contacts que vous, j'ai dix fois plus de chances d'être infecté, et j'ai dix fois plus de chances d'infecter quelqu'un que vous, mon rôle est cent fois plus important dans la transmission de la maladie.»

La théorie de la percolation sert à modéliser d'autres phénomènes de «contagion», comme quand sur les réseaux sociaux d'internet un même gagne lentement des vues et des partages avant de brutalement devenir viral. Elle peut s'appliquer aux modèles économiques pour montrer comment un produit particulier peut rapidement devenir dominant sur le marché quand suffisamment de consommateurs l'ont recommandé à leurs contacts. Les modèles électoraux, qui décrivent l'influence des personnes sur leur communauté, présentent également des effets de seuil.

Contrairement aux réseaux infinis et bien ordonnés que les mathématiciens étudient classiquement, les réseaux dérivés d'exemples réels sont de taille finie et désordonnés. Les réseaux finis ne passent pas instantanément de liens restreints à de petites poches à une connexion généralisée à la manière des réseaux infinis; néanmoins, la transition est le plus souvent très rapide. Pour comprendre ces processus, les théoriciens des réseaux font des allers et retours entre les mathématiques et les simulations numériques. Les réseaux simples les guident pour construire des modèles numériques détaillés de réseaux réels, et les leçons qu'ils tirent de ces simulations influent à leur tour sur la manière dont ils modifient les modèles papier-crayon pour mieux comprendre le monde réel.

LA PANDÉMIE DÉPEND DE PLUSIEURS RÉSEAUX

De nombreux modèles importants de la propagation du Covid-19 intègrent des informations d'autres réseaux. Les systèmes scolaires, les itinéraires des trains, les emplois du temps du personnel hospitalier, etc. forment tous des réseaux, et chacun d'eux a une influence sur le cours de la pandémie. «Nous vivons dans ce système de réseaux interdépendants, et nous ne pouvons tout simplement pas réfléchir à l'un sans comprendre les conséquences que les autres ont dessus», commente Raissa D'Souza, théoricienne des réseaux complexes à l'université de Californie à Davis. Chaque réseau est un système complexe ayant son propre comportement émergent. De plus en plus, les spécialistes couplent ces réseaux pour créer des systèmes encore plus complexes. Mais il n'y a pas de cadre théorique clair pour étudier ces réseaux de réseaux. Comprendre comment leurs propriétés sont affectées par les propriétés des réseaux qui les constituent est l'un des défis de demain.

«Nous ne vivons ni dans une bulle ni dans un monde où tout se mélange. Nous vivons dans un monde avec des contacts, nous suivons des comptes Twitter, et c'est là par exemple que la percolation et d'autres modèles entrent en scène», dit Alessandro Vespignani. Parvenir maintenant à une meilleure compréhension de ces modèles mathématiques «peut faire la différence à l'avenir». Les réseaux de percolation sont facilement adaptables et offrent aux mathématiciens de nouveaux terrains de jeu et aux scientifiques des applications pratiques. Mais aussi divers soient-ils, ces modèles sont unis par une caractéristique étonnante: ils ont tous un point de bascule très abrupt, où l'ajout de quelques connexions a pour effet de relier d'un seul coup l'ensemble du réseau. À mesure que le monde devient plus connecté, la nécessité de comprendre ces transitions cruciales se fait plus urgente. ■

BIBLIOGRAPHIE

M. Li et al., **Percolation on complex networks : Theory and application**, *Physics Reports*, vol. 907, pp. 1-68, 2021.

R. M. Ziff, **Percolation and the pandemic**, *Physica A*, vol. 568, article 125723, 2021.

F. Bagnoli et al., **Percolation and internet science**, *Future Internet*, vol. 11(2), article 35, 2019.

H. Duminil-Copin, **La percolation, un jeu de pavages aléatoires**, *Pour la Science*, n° 407, pp. 48-54, septembre 2011.