

même moment, en 1859, Charles Darwin publie *L'Origine des espèces*, autre virage intellectuel et scientifique définitif : tous les êtres vivants descendent de quelques ancêtres primordiaux dont l'évolution et la diversification (spéciation) sont dues à la sélection naturelle. La réception du grand texte outre-Manche provoque un scandale, en France, une méfiance grandement répandue, et aussitôt un dévoiement. Autre concomitance, l'anthropologie physique est une discipline nouvellement institutionnalisée. Son objet est l'étude comparative, classificatoire et hiérarchisante de tous les peuples, de leur morphologie, de leur mode de vie. Dans ce contexte, que faire de l'homme anté-historique ? Où placer ce « primitif » sur l'échelle ? Est-il proche du singe ? Est-il une sorte d'humanité inférieure ? On mesure tout l'enjeu, y compris politique, de la période dont l'incidence marquera le ^{xx}^e siècle.

L'HOMME PRÉHISTORIQUE EST CIVILISÉ ET ARTISTE

Poser à Lartet ces questions, c'est se heurter à des réponses sans appel sur les caractéristiques culturelles de ces populations. De fait, servi de nouveau par la chance, par son réseau de relations londonien, sans doute aussi grâce à ses qualités d'humaniste, le paléontologue-archéologue-préhistorien bénéficie en 1863 du soutien du collectionneur britannique Henry Christy. D'une famille de banquiers, propriétaire de plusieurs manufactures de chapellerie et de tissage, quaker, abolitionniste, Christy a délaissé les affaires pour parcourir l'Europe et le continent américain, lors de voyages où il se passionne pour les populations traditionnelles, leur culture et leur sort. Christy et Lartet se lancent dans une exploration de grande ampleur : destination la Dordogne où, dit-on, se trouvent des grottes et sites en nombre. Ainsi commence la renommée du Périgord comme « capitale de la préhistoire », jamais démentie depuis.

Plusieurs chantiers sont ouverts simultanément, les moyens de Christy le permettent. Tout de suite, les résultats sont stupéfiants : l'homme préhistorique est partout. Dans la grotte des Eyzies, voici de nouvelles preuves d'une parenté culturelle avec Massat et ses jolis harpons, tout comme à l'abri de la Madeleine de Tursac. Dans le vallon de Gorge d'Enfer, ce sont les mêmes « têtes de flèche » que celles d'Aurignac. Au Moustier, à quelques kilomètres, des outils de la même forme que les « haches » du nord de la France. Preuve encore, nouvelle et éclatante, d'une chronologie préhistorique et de la présence, à plusieurs centaines de kilomètres de distance, de cultures semblables. Lartet en profite pour affiner sa première ébauche chronologique de 1861.



Se confirme dès les premiers coups de pioche la présence de fragments humains près de débris d'une faune éteinte



Puis vient le témoignage le plus émouvant : des œuvres d'art sculptées ou incisées sur des portions de bois animal, sur des côtes d'herbivores refendues. Des profils de renne, de chevaux, et même d'un mammouth gravé sur une lame d'ivoire... de mammouth. Les positions sont artistiquement étudiées en fonction du support. Ainsi, non seulement existent des cultures variant avec le temps, mais encore, la plus récente, celle de Massat, des Eyzies et la Madeleine, voit un déploiement d'œuvres expressives, traduction de l'environnement animal de ces peuples. Lartet, au faite de sa carrière, est récompensé de sa ténacité et peut, en être sensible, affirmer le degré de civilisation de nos ancêtres. Quelle victoire ! Couronnement ultime, Lartet étudie la faune de l'abri si célèbre de Cro-Magnon et ses restes humains, fouillé par son fils Louis (1868).

Pourquoi la postérité a-t-elle occulté ce parcours tout aussi fondateur que celui du fantasque Boucher de Perthes ? Ce dernier bénéficiait des conseils de Lartet, sans lesquels la préhistoire naissante se serait égarée dans une voie incertaine, du pain béni pour les adversaires. Sans doute pour plusieurs raisons. D'abord, le caractère réservé de Lartet, son amour de la science sans l'ambition d'une carrière, et une origine hors du cercle népotique du Muséum. Mais surtout, parmi ses élèves, quelques-uns trop pressés, tel Gabriel de Mortillet, devenu conservateur du musée de Saint-Germain-en-Laye, de mettre en doute – fautivement – la première typochronologie de Lartet. Enfin, dernière raison, vient la guerre de 1870, la moitié du pays est envahi, l'Empire s'effondre, le monde va changer. Il était temps de rendre justice à cet attachant personnage et à son rôle central dans les fondements d'une discipline universellement reconnue aujourd'hui. ■

BIBLIOGRAPHIE

N. Rouquerol et J. Lajoux, **L'origine de l'Homme, Édouard Lartet (1801-1871). De la révolution du singe à Cro-Magnon**, Loubatières, 2021.

A. Mille et al., **Le Secret de l'archéobélodon, deux siècles d'enquêtes sur un fossile mythique**, MNHN et Belin, 2015.

S. Peigné et S. Sen (dir.), **Mammifères de Sansan**, *Mémoires du MNHN*, n° 203, 2012.

L. Ginsburg (dir.), **La faune miocène de Sansan et son environnement**, *Mémoires du MNHN*, n° 183, 2000.

K. A. R. Kennedy et R. Ciochon, **A canine tooth from the Siwaliks : First recorded discovery of a fossil ape**, *Human evolution*, vol. 14-3, pp. 231-253, 1999.

É. Lartet, **Notice sur la colline de Sansan, suivie d'une récapitulation des diverses espèces d'animaux vertébrés**, Portès, 1851.

R

ENDEZ-VOUS

P.80 Logique & calcul

P.86 Art & science

P.88 Idées de physique

P.92 Chroniques de l'évolution

P.96 Science & gastronomie

P.98 À picorer

LA TENACE CONJECTURE DE SYRACUSE

La conjecture de Syracuse-Collatz est une affirmation arithmétique très simple. Elle passionne les mathématiciens amateurs et professionnels, mais nul n'a su encore la prouver. Pour autant, on progresse...

L'AUTEUR



JEAN-PAUL DELAHAYE
professeur émérite
à l'université de Lille
et chercheur au
laboratoire Cristal
(Centre de recherche
en informatique, signal
et automatique de Lille)



Jean-Paul Delahaye a notamment publié : **Les Mathématiciens se plient au jeu**, une sélection de ses chroniques parues dans *Pour la Science* (Belin, 2017).

Le célèbre mathématicien hongrois Paul Erdős a écrit que les mathématiques n'étaient pas mûres pour la résolution de la conjecture de Syracuse-Collatz. Il n'est pas certain qu'il ait eu raison : même si aucune preuve définitive n'en a pour l'instant été donnée, il ne fait aucun doute que l'on avance vers une solution et, en tout cas, il devient de plus en plus probable que cette conjecture soit vraie.

La question est : « Partant d'un entier $n \geq 1$, par exemple 13, et appliquant le calcul "si n est pair, le diviser par 2 ; si n est impair, le remplacer par $3n+1$; puis recommencer", finit-on toujours par arriver à 1 ? » Pour 13, on a :

13 → 40 → 20 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1.

Il est parfois très long d'arriver à 1, même en partant d'un petit nombre. On a ainsi, dans le cas de 27 : 27 → 82 → 41 → 124 → 62 → 31 → 94 → 47 → 142 → 71 → 214 → 107 → 322 → 161 → 484 → 242 → 121 → 364 → 182 → 91 → 274 → 137 → 412 → 206 → 103 → 310 → 155 → 466 → 233 → 700 → 350 → 175 → 526 → 263 → 790 → 395 → 1 186 → 593 → 1 780 → 890 → 445 → 1 336 → 668 → 334 → 167 → 502 → 251 → 754 → 377 → 1 132 → 566 → 283 → 850 → 425 → 1 276 → 638 → 319 → 958 → 479 → 1 438 → 719 → 2 158 → 1 079 → 3 238 → 1 619 → 4 858 → 2 429 → 7 288 → 3 644 → 1 822 → 911 → 2 734 → 1 367 → 4 102 → 2 051 → 6 154 → 3 077 → 9 232 → 4 616 → 2 308 → 1 154 → 577 → 1 732 → 866 → 433 → 1 300 → 650 → 325 → 976 → 488 → 244 → 122 → 61 → 184 → 92 → 46

→ 23 → 70 → 35 → 106 → 53 → 160 → 80 → 40 → 20 → 10 → 5 → 16 → 8 → 4 → 2 → 1.

Le problème intrigue les mathématiciens, tant amateurs que professionnels, depuis plus de quatre-vingts ans et de nouvelles approches pour sa résolution sont régulièrement proposées (voir l'encadré 1 pour son histoire). Nous verrons quelques idées nouvelles qui nourrissent l'espoir de résoudre cette énigme que le mathématicien d'origine britannique Richard Guy, en 1983, classait parmi les sujets auxquels il ne faut surtout pas s'intéresser sous peine d'y perdre son temps... ou pire d'y perdre la tête ! Vous êtes prévenus.

ORBITE ET REFORMULATION

Pour tout entier $n \geq 1$, on note $n_0 = n$, et pour $k \geq 0$: $n_{k+1} = n_k/2$ si n_k est pair, $n_{k+1} = 3n_k + 1$ sinon. Avec cette notation, le calcul à partir de 13, dénommé « orbite de 13 », s'écrit : $13_0 = 13$; $13_1 = 40$; $13_2 = 20$; $13_3 = 10$; $13_4 = 5$; $13_5 = 16$; $13_6 = 8$; $13_7 = 4$; $13_8 = 2$; $13_9 = 1$. La conjecture de Collatz est alors l'affirmation que pour tout n il existe un entier k tel que $n_k = 1$, ou encore que l'orbite de tout entier $n \geq 1$ passe par 1.

Si la conjecture était fautive, que cela signifierait-il ? Partant d'un entier $n \geq 1$ quelconque, *a priori* trois cas sont possibles :

(a) Cas standard : il existe un entier k tel que $n_k = 1$. Au-delà de ce k , on a donc $n_{k+1} = 4$; $n_{k+2} = 2$; $n_{k+3} = 1$; la suite tourne alors en rond

UNE CONJECTURE DIABOLIQUE

Lothar Collatz (1910-1990) était un mathématicien allemand qui, outre une carrière universitaire brillante, fut pendant des années le chroniqueur anonyme d'une rubrique de mathématiques récréatives publiée dans l'hebdomadaire allemand *Die Zeit*. Il introduisit en 1937 la conjecture qui porte aujourd'hui son nom et qui est la suivante : « Quel que soit l'entier $n \geq 1$, en le divisant par deux s'il est pair ($n \rightarrow n/2$) ou en le remplaçant par $3n + 1$ ($n \rightarrow 3n + 1$) s'il est impair, et en recommençant (exemple : $6 \rightarrow 3 \rightarrow 10 \rightarrow 5 \rightarrow 16 \rightarrow 8 \rightarrow 4 \rightarrow 2 \rightarrow 1$), on arrive toujours à 1. »

Cette conjecture porte le nom de « conjecture de Syracuse », « conjecture de Collatz », ou plus simplement « conjecture $3x + 1$ ».

En 1960, le mathématicien Shizuo Kakutani écrivait : « Pendant un mois, tout le monde à l'université Yale a travaillé dessus, sans résultat. Un phénomène similaire s'est produit lorsque je l'ai mentionnée à l'université de Chicago. On a plaisanté en disant que ce problème résultait d'une conspiration visant à ralentir la recherche mathématique aux États-Unis. »

Année après année, des calculs de plus en plus massifs et astucieux ont été tentés ; ils ont tous confirmé la conjecture. Des centaines d'articles l'abondent, mais il faut se méfier, car de fausses preuves ont été maintes fois proposées, que bien sûr on trouve sur internet. C'est ainsi qu'en moins d'une heure j'ai réuni douze preuves de la conjecture, ou plutôt douze documents prétendant en présenter la solution.

Aucun d'eux cependant n'a été publié dans une revue reconnue de mathématiques procédant à des expertises sérieuses des articles qu'on lui envoie. Chacun doit savoir que l'illusion d'avoir une solution naît facilement — ces douze articles l'attestent — et que la seule façon de faire reconnaître un résultat concernant la conjecture est de le faire publier dans une revue spécialisée de mathématiques.

Notons que si l'on remplace $3n + 1$ par $3n - 1$, on trouve facilement plusieurs cycles, dont les deux suivants : (5, 14, 7, 20, 10) ; (17, 50, 25, 74, 37, 110, 55, 164, 82, 41, 122, 61, 192, 91, 272, 136, 68, 34).

Il faut donc tenter de comprendre ce qui est spécifique à $3n + 1$. Terence Tao, qui pourtant a travaillé sur le sujet et a récemment fait avancer le sujet (voir le texte), met en garde : « C'est l'une des plus dangereuses conjectures connues. Elle est réputée pour sa capacité à faire perdre une quantité massive de temps aussi bien aux mathématiciens amateurs qu'aux professionnels. »

Sur le schéma A, on a représenté les suites (ou « orbites ») que l'on

obtient en partant de 122 (en vert), 179 (en rouge), 45 (en bleu), 99 (en noir), 40 (en jaune).

Sur le graphique B, tous les chemins mènent à 1 : en suivant les flèches, on retrace le calcul d'un grand nombre d'orbites, toutes allant vers 1. Si l'on pouvait faire un dessin infini et que la conjecture de Collatz était vraie, tous les entiers seraient présents et appartiendraient chacun à un chemin aboutissant au centre.

