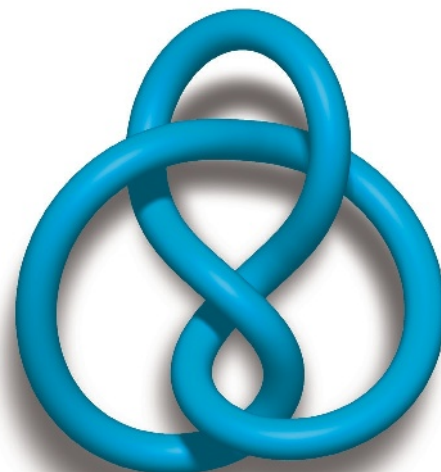


UNE IA QUI DÉCOUVRE DES CONJECTURES

Depuis quelques années, l'intelligence artificielle joue un rôle croissant en sciences. Les chercheurs utilisent de tels algorithmes pour identifier des tumeurs sur des images médicales, pour reconstruire des cascades de désintégration au sein de collisionneurs de particules, etc. En décembre 2021, la société DeepMind, filiale de Google, a présenté son nouveau programme d'apprentissage profond – un type d'intelligence artificielle qui repose sur un réseau de neurones configuré lors d'une phase d'apprentissage menée sur une vaste collection d'exemples. Ce programme est capable de trouver et de formuler des conjectures mathématiques. Spécialiste de l'intelligence artificielle, DeepMind s'est notamment fait connaître grâce à AlphaGo, son logiciel capable de battre les champions au jeu de go, ou AlphaFold, qui détermine la structure tridimensionnelle de protéines à partir de leur séquence linéaire d'acides aminés. En mathématiques, une façon de découvrir de nouvelles conjectures consiste à étudier quelques exemples, y observer des motifs, c'est-à-dire des relations entre différents paramètres. Le mathématicien généralise alors l'intuition forgée sur un nombre restreint

de cas et prouve que la conjecture est vraie. Dans cet exercice qui nécessite de mobiliser toutes les capacités créatrices du chercheur, l'ordinateur a depuis longtemps sa place. En facilitant les calculs ou la représentation, la machine fournit les indices que l'humain traduit en conjecture. Le projet de DeepMind va plus loin. Son équipe et quelques mathématiciens se sont penchés sur la théorie des nœuds. Cette branche de la topologie s'intéresse aux entrelacements d'un « bout de ficelle » fermé. Il existe une infinité de nœuds. Les mathématiciens ont défini des « invariants », des fonctions qui prennent des valeurs différentes selon les nœuds et permettent de les caractériser. Certains de ces invariants sont de nature algébrique (décrits par des polynômes) et d'autres sont de nature géométrique. En s'appuyant sur une vaste base de données de millions de nœuds (tous contenant jusqu'à seize croisements), le logiciel de DeepMind a établi une conjecture reliant pour une famille de nœuds certains invariants algébriques et certains invariants géométriques. Marc Lackenby et András Juhász, de l'université d'Oxford et membres de l'équipe, ont ensuite démontré la conjecture.



L'équipe de DeepMind a également formulé une conjecture sur les groupes de symétries en utilisant une stratégie similaire, c'est-à-dire en cherchant des motifs dans une vaste base de données. Cette méthode pourrait se généraliser à différents domaines des mathématiques (ou de la biologie, de la physique, etc.), mais certains problèmes semblent difficiles à aborder par ce biais.

SEAN BAILLY
journaliste à *Pour la Science*

et alors éditeur de la revue, a conclu : « Les rapporteurs n'ont pas été en mesure de certifier l'exactitude de la preuve et ne seront pas capables de la certifier dans le futur, parce qu'ils n'ont plus d'énergie pour se consacrer au problème. Ce n'est pas ce que j'espérais. »

Comment se sortir de cette situation où des démonstrations semblent justes mais sont impossibles à vérifier ? Quand il est devenu clair que sa preuve ne pouvait pas être validée par le système habituel d'examen par les pairs (des humains), Thomas Hales a eu recours à la vérification formelle. Après une immersion rapide dans les techniques inventées par les informaticiens, le mathématicien a annoncé en 2003 la création du projet *Flyspeck*, avec l'objectif de réécrire sa preuve dans un langage symbolique pour produire une vérification mécanique. Il avait prévu que la formalisation prendrait vingt ans de travail, mais l'accueil de son projet a été si enthousiaste que l'équipe *Flyspeck*, qui comptait alors vingt-deux membres, a atteint son objectif dès 2014.

Thomas Hales n'a pas été le seul à s'intéresser sérieusement à la formalisation. En 2005, Georges Gonthier et Benjamin Werner, d'Inria,

ont formalisé le théorème des quatre couleurs avec le système Coq. En 2007, l'équipe de Jeremy Avigad, de l'université Carnegie-Mellon, à Pittsburgh, a formalisé le théorème des nombres premiers en utilisant l'assistant de preuve Isabelle. Dans le cadre du projet *Flyspeck*, Thomas Hales a aussi formalisé le théorème de Jordan qui dit que, dans le plan, une courbe fermée simple sépare l'espace en deux parties, et dont la preuve étonnamment subtile avait résisté aux mathématiciens du XIX^e siècle pendant des décennies. Plus récemment, Thomas Hales s'est tourné vers Lean, l'assistant de preuve développé par Microsoft, qui est de plus en plus adopté sur le plan international, en particulier par le projet *Xena*, mené par le spécialiste de la théorie des nombres Kevin Buzzard, de l'Imperial College, à Londres.

La formalisation des preuves est désormais une branche reconnue des mathématiques. Pour les experts de ce domaine, l'objectif est surtout de rendre la formalisation facile d'accès pour intégrer sa pratique dans les usages courants du mathématicien.

Pour certains chercheurs, l'arrivée de la formalisation représente un tournant dans leur