

LE JEU DU MÉCÈNE ET DES ENVELOPPES

1

Un mécène veut distribuer une somme S le plus équitablement possible. Il reçoit des enveloppes dans lesquelles il répartit S . La question est de savoir quelle est la meilleure méthode.

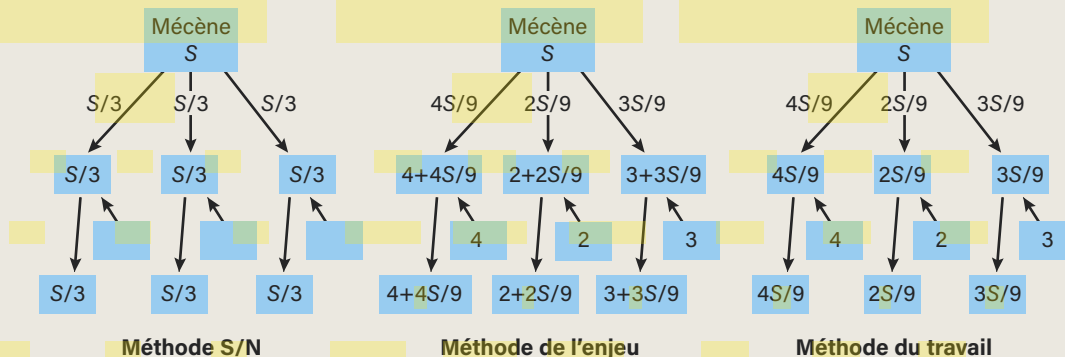
• **Méthode S/N**
S'il reçoit N enveloppes, il dépose dans chacune S/N

et les renvoie. Ceux qui ont envoyé plusieurs enveloppes sont favorisés.

• **Méthode de l'enjeu**
Le mécène exige que chacun risque un enjeu en mettant une somme dans son enveloppe. Il renvoie les enveloppes en y laissant l'enjeu, et en y ajoutant une partie de S proportionnelle

à l'enjeu trouvé dans l'enveloppe.

• **Méthode du travail**
Il demande qu'on joigne à l'enveloppe un ruban difficile à fabriquer. Il détruit le ruban, et place dans l'enveloppe une partie de S proportionnelle à la longueur du ruban trouvé dans l'enveloppe.



d'enveloppes, peut-être des millions, et les plus malins seront ceux qui auront envoyé le plus grand nombre d'enveloppes pour eux-mêmes et s'approprièrent une grande part de la somme S . Les plus gros tricheurs seront favorisés aux dépens de ceux, honnêtes, qui n'auront envoyé qu'une enveloppe. Comment éviter cela?

Ce n'est pas facile. S'il n'y a aucune façon parfaite pour résoudre le problème, plusieurs méthodes organisent la distribution en rendant inopérante la tricherie de l'envoi de plusieurs enveloppes et en assurant une certaine équité entre les joueurs. Nous verrons plus loin que cette petite énigme mathématique est la transposition du problème du consensus dans les blockchains anonymes de cryptomonnaies (des bases de données détenant toutes les informations sur l'état de tous les comptes).

SOLUTION 1. LA MÉTHODE DE L'ENJEU

Vous demandez à chaque joueur de joindre à son enveloppe une certaine somme d'argent. Vous distribuez alors la somme S dans les enveloppes en proportion des sommes qui ont été jointes et en laissant la somme envoyée qui est donc retournée à l'envoyeur. En clair: si l'enveloppe E_i contient la somme s_i , vous laissez s_i dans l'enveloppe, vous y ajoutez $S \times s_i / (s_1 + \dots + s_n)$, puis vous renvoyez l'enveloppe.

On vérifie immédiatement que cela constitue bien une distribution totale de S . Ceux qui ont manifesté un soutien plus fort au jeu et donc une bonne confiance en son organisateur en mettant des sommes importantes dans leur

enveloppe sont favorisés proportionnellement au risque pris. Ce n'est pas absurde car justement vous voulez favoriser ceux qui soutiennent le jeu et ont confiance en vous. Le point important est que cette méthode rend inopérant l'envoi de plusieurs enveloppes par une même personne car si quelqu'un envoie, par exemple, deux enveloppes avec 10 euros dans chacune, le gain qu'il en tirera sera le même qu'avec une enveloppe contenant 20 euros. Le gain d'un joueur est proportionnel à ce qu'il est prêt à engager – la somme des s_i de ses enveloppes – et ne dépend pas du nombre d'enveloppes qu'il envoie. Utiliser plusieurs enveloppes plutôt qu'une ne fait rien gagner. Nous nommerons cette organisation de la distribution «La méthode de l'enjeu» car la somme mise par un joueur dans une enveloppe est comme un enjeu qu'il risque.

SOLUTION 2. LA MÉTHODE DU TRAVAIL

Une seconde idée évite aussi que des tricheurs envoient plusieurs enveloppes. L'organisateur de la distribution demande à chaque joueur de réaliser un ruban de dentelle brodée d'un type précisé. Le joueur en fabrique la longueur qu'il souhaite, ce qui lui prend du temps, il met le bout de ruban dans l'enveloppe qu'il envoie à l'organisateur du jeu.

Certains joueurs enverront 10 centimètres de ruban, d'autres joueurs 1 mètre, etc. La distribution de la somme se fera alors en proportion de la longueur des rubans de chaque enveloppe et les rubans seront détruits. Si l'enveloppe E_i contient un ruban de longueur L_i ,